Modello circuitale

Classificazione dei bipoli

Sommario

1. Il modello circuitale

Il ***circuito elettrico*** è un modello di un sistema fisico elettrico.

In generale un sistema elettrico è descritto dalle equazioni di Maxwell e dalle relazioni costitutive dei mezzi presenti nel sistema. In particolari casi, sotto opportune condizioni (vedi ipotesi 1 e ipotesi 2 più avanti), il sistema si può descrivere in maniera semplificata utilizzando un insieme di equazioni algebrico-differenziali che si derivano dalle equazioni di Maxwell e che vengono chiamate ***equazioni circuitali***. Tale approccio dà luogo al ***modello circuitale*** del sistema elettrico che si sostanzia in un ***circuito elettrico***. Le equazioni che descrivono il sistema saranno quelle del modello circuitale e tutte le proprietà di cui godono sono state sistematizzate nella ***teoria dei circuiti***.

Da un punto di vista fisico, il sistema reale, che si vuole modellare con un circuito elettrico, si presenta come una connessione di componenti elettrici (o elettronici) collegati tra loro attraverso dei conduttori supposti ideali (filiformi e di materiale con resistenza nulla). Tali componenti, che possono essere realizzati in diverse forme, dimensioni e materiali, vengono rappresentati nel modello circuitale come degli oggetti adimensionali, detti ***bipoli***, che sono caratterizzati da una specifica ***relazione caratteristica*** (o ***relazione costitutiva***). Nel modello circuitale ogni bipolo è collegato agli altri attraverso due ***terminali*** (corrispondenti ai due conduttori supposti ideali nel sistema reale) terminanti entrambi con un ***morsetto*** che corrisponde, nel sistema reale, ad un dispositivo meccanico utilizzato per collegare il terminale del bipolo ad altri bipoli presenti nel circuito. Nella parte introduttiva del corso esamineremo sistemi con due soli terminali, mentre successivamente vedremo che si possono considerare anche sistemi a più terminali come i doppi bipoli (Lezione 10) e il trasformatore (Lezione 11).

Risulta lecito, a questo punto, domandarsi: quando risulta possibile studiare un sistema elettrico con un modello circuitale?

Ciò è possibile allorquando risultino verificate, anche soltanto in maniera approssimata (approssimazione quasi-stazionaria), le due seguenti condizioni:

Condizione 1:

L'intensità di corrente presente in un terminale di ogni singolo componente del sistema deve essere uguale all'intensità di corrente presente nell'altro terminale.

Consideriamo la Fig. 1.1 che rappresenta un componente elettrico reale. Assumiamo che i terminali che afferiscono ai morsetti A e B siano realizzati con un conduttore ideale e che quindi non vi sia campo elettrico al loro interno. Le correnti che attraversano i due terminali sono dunque indipendenti dalla generica sezione di attraversamento scelta del terminale. In parole semplici, per ogni terminale possiamo definire un'unica intensità di corrente, rispettivamente i_A e i_B. Per la condizione 1 dovrebbe accadere che $i_A=i_B$. Questo si verificherebbe grazie alla legge di conservazione della carica se all'interno del sistema non vi fosse variazione di carica. Tale condizione, però, non è sempre verificata in quanto all'interno del sistema potrebbe esserci una variazione di carica dovuta a generazione o accumulazione. Quando siamo in condizioni di regime stazionario, la variazione di carica nel tempo è nulla e la condizione 1 risulta verificata. Tuttavia, il modello circuitale si utilizza anche in casi, cosiddetti ***quasi-stazionari***, nei quali la variazione di carica non è nulla, ma può ritenersi non significativa se si paragona il modulo della variazione di carica ai valori delle correnti. Anche in questo caso la condizione 1 si può ritenere verificata e si può quindi affermare che i_A e i_B sono uguali e che quindi il componente è interessato da una sola corrente i.

Condizione 2:

Deve essere possibile considerare la tensione elettrica tra i due morsetti di ogni componente definita come differenza di potenziale del potenziale elettrico tra i due morsetti.

Consideriamo ancora la Fig. 1.1. Se all'esterno del componente il campo elettrico è irrotazionale possiamo affermare che l'integrale di linea del campo elettrico tra A e B è indipendente dalla linea scelta e che questo integrale è pari alla tensione elettrica tra i due punti. Allo stesso modo possiamo dire che in questo caso è possibile introdurre una funzione scalare ϕ, che chiamiamo potenziale elettrico, definito in ogni punto dello spazio, in particolare sui morsetti A e B del componente, e possiamo introdurre una grandezza che chiamiamo tensione elettrica uguale alla differenza di questi due potenziali:

$$v = \phi_A - \phi_B \tag{1.1}$$

dove ϕ_A e ϕ_B sono i potenziali in A e in B.

La irrotazionalità del campo elettrico è verificata quando la variazione (nel tempo) del flusso di campo magnetico concatenato con una qualsiasi curva chiusa nello spazio esterno al componente è nulla. Questa condizione è certamente verificata in condizioni stazionarie. Tuttavia, come detto precedentemente, il modello circuitale si utilizza in casi più ampi, cosiddetti ***quasi-stazionari***, nei quali la variazione di flusso di campo magnetico concatenato, in modulo, può ritenersi non significativa se paragonata ai valori delle tensioni e la condizione 1 si può quindi ritenere verificata. In questo caso possiamo quindi affermare che esiste una tensione elettrica *v* tra i morsetti A e B e che questa è unica e indipendente dal percorso scelto per l'integrazione del campo elettrico.

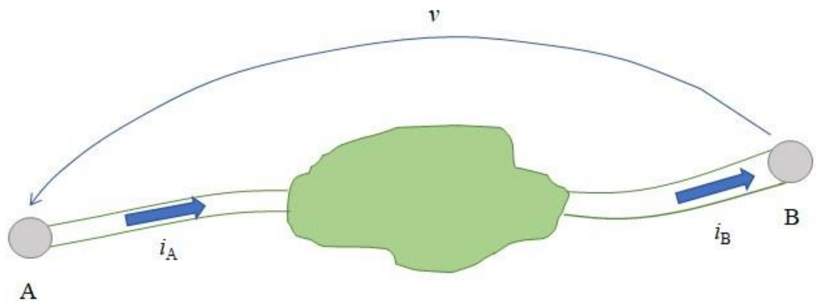


Fig. 1.1 – Un componente di un sistema elettrico.

Se sono verificate entrambe le condizioni 1 e 2, possiamo modellare il componente di Fig. 1.1 con un bipolo del modello circuitale come quello rappresentato in Fig. 1.2, dove abbiamo rappresentato l'unica corrente *i* e la tensione *v*. Entrambi sono dotati di verso come spiegheremo più avanti nella Lezione.

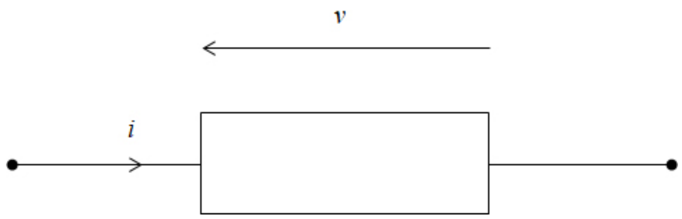


Fig. 1.2 – Il bipolo che modella un componente di un sistema elettrico

Per quanto sopra detto, le grandezze elettriche che si prendono in considerazione nel modello circuitale sono la ***intensità di corrente elettrica*** e la ***tensione elettrica*** introdotte rispettivamente nei § 2.1 e 2.2. Come vedremo nel § 4, la relazione caratteristica di un bipolo è un legame funzionale tra queste due grandezze del bipolo che in generale sono variabili nel tempo.

Definizione: *un circuito elettrico è un modello di un sistema elettrico costituito da componenti adimensionali detti* ***bipoli*** *collegati tra di loro attraverso due terminali per i quali nel sistema reale sia possibile definire: una* ***tensione elettrica*** *tra i conduttori filiformi di interfaccia (i terminali) di ogni suo componente (i bipoli) ed una* ***intensità di corrente elettrica****, che attraversa ogni suo componente (i bipoli), uguale nei due conduttori filiformi di interfaccia (i terminali).*

Il funzionamento di un circuito dipende da due aspetti:

- la natura di ogni bipolo presente nel circuito,
- il modo in cui sono connessi tra loro tutti i bipoli.

Il primo aspetto si manifesta nelle equazioni che chiamiamo ***relazioni caratteristiche*** dei bipoli, mentre il secondo aspetto si manifesta nelle equazioni che chiamiamo ***leggi di Kirchhoff***. L'unione di questi due insiemi di equazioni rappresenta il modello matematico che descrive il funzionamento di ogni circuito. Chiameremo (vedi Lezione 3) questo sistema di equazioni: ***sistema di equazioni circuitali***.

2. Le grandezze circuitali

Le grandezze elettriche che si prendono in considerazione nei circuiti sono la ***intensità di corrente elettrica*** e la ***tensione elettrica*** relativi ad ogni singolo bipolo presente nel circuito.

2.1 L'intensità di corrente elettrica

La carica elettrica $q(t)$ è una grandezza fondamentale in fisica. Si misura in ***Coulomb*** (C).

Cariche elettriche in movimento "ordinato[1]" danno luogo ad una ***intensità di corrente elettrica*** $i(t)$, che è espressa dalla relazione:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \tag{1.2}$$

Dove $q(t)$ rappresenta la quantità di carica netta che nel tempo t attraversa una superficie aperta S come quella di Fig. 1.3.

La intensità di corrente (1.2) verrà chiamata nel seguito semplicemente ***corrente***!

Nella definizione della corrente (1.2) è necessario indicare quale verso di attraversamento della superficie S abbiamo considerato. Da questa scelta dipende il verso che attribuiamo alla corrente che stiamo considerando. La corrente quindi ha un verso e non basta, dunque, far riferimento ad una corrente se non si specifica il suo verso di "attraversamento" del conduttore. Non c'è nessun motivo per preferire un verso ad un altro: la scelta è del tutto arbitraria. Fissare un verso per la corrente corrisponde a stabilire il segno del valore della corrente $i(t)$ che può essere misurata in ogni istante.

Dalla (1.2), si definisce l'unità di misura della corrente, chiamata ***Ampère*** (A), corrispondente a Coulomb su secondi.

---

[1] Nei conduttori metallici, oggetto di questo corso, in assenza di forze macroscopiche gli elettroni hanno un moto disordinato a causa dell'agitazione termica, con una velocità media nulla. In presenza di un campo elettrico macroscopico, invece, gli elettroni assumono un moto d'insieme "ordinato" e con una velocità media non nulla.

La corrente è soggetta al principio di conservazione della carica: in condizioni stazionarie o quasi-stazionarie, in cui la carica all'interno di un dato volume non varia, la somma delle correnti entranti (o uscenti) attraverso una superficie chiusa contenente il suddetto volume è nulla. Se, una volta stabilita la superficie chiusa ed il suo verso di attraversamento (correnti entranti o uscenti), avrò che alcune correnti hanno il loro verso discorde con quello scelto per l'attraversamento della superficie, dovrò considerare nella sommatoria quella corrente con il segno negativo.

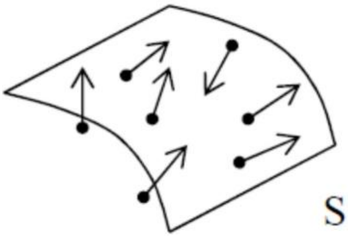


Fig. 1.3 – Superficie attraversata da cariche elettriche in movimento.

Nei sistemi reali la corrente fluisce in conduttori che hanno sezione finita. Nella teoria dei circuiti, dove non si tiene conto della dimensione fisica del sistema, si suppone che i conduttori siano filiformi; si trascura cioè la sezione finita del conduttore e si assume che la corrente di valore finito attraversi conduttori privi di dimensione. Per indicare il verso della corrente che fluisce nei conduttori del nostro circuito, usiamo una freccia come in Fig. 1.4: se risulta che, per il verso scelto della freccia, il valore della corrente è positivo, allora vorrà dire che ho indicazione di cariche positive che si muovono nel verso scelto. Comunque tale deduzione è superflua ai fini della teoria dei circuiti, nella quale non siamo interessati a conoscere il moto reale delle cariche.

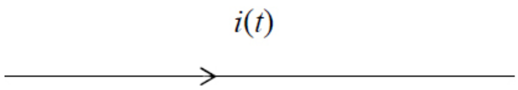


Fig. 1.4 – Verso della corrente in un conduttore filiforme.

2.2 La tensione elettrica e il potenziale elettrico

La ***tensione elettrica***, o semplicemente ***tensione,*** $v(t)$ relativa ai sistemi elettromagnetici che vogliamo descrivere con il modello circuitale, è una grandezza considerata esistente tra due punti dello spazio. Nel modello circuitale, questi due punti diventano i due morsetti del bipolo che modella il sistema. Se il campo elettrico è irrotazionale in un dominio dello spazio circostante il sistema (questo accade, ad esempio, quando non c'è variazione di campo magnetico in quella regione di spazio) possiamo dire che la tensione tra il punto A e il punto B (vedi Fig. 1.5) rappresenta il lavoro compiuto dal campo elettrico per spostare una carica unitaria da A a B lungo una linea. Se invece di un'unica linea γ che va da A a B considerassimo un secondo percorso γ', in maniera tale che la loro unione dia luogo ad una linea chiusa orientata, potremmo associare la circuitazione del campo elettrico lungo tale linea chiusa Γ con la variazione di flusso del campo magnetico concatenato con Γ secondo la ***legge di Faraday-Neumann***. In particolare, poiché la circuitazione del campo elettrico non è altro che il lavoro compiuto dal campo elettrico per spostare una carica unitaria lungo la linea chiusa Γ (cui abbiamo attribuito un unico verso di percorrenza), tale circuitazione potrà essere espressa come differenza tra le due tensioni lungo le due curve γ e γ' e quindi la legge di Faraday-Neumann si scriverà come:

$$v_{\mathrm{AB}}\big|_{\gamma} - v_{\mathrm{AB}}\big|_{\gamma'} = -\frac{d\Phi_{\Gamma}}{dt} \tag{1.3}$$

In condizioni stazionarie, risulta $v_{\mathrm{AB}}\big|_{\gamma} = v_{\mathrm{AB}}\big|_{\gamma'}$, ossia il valore di tale lavoro è indipendente dal percorso che facciamo fare alla carica per portarla da A a B, quindi il campo elettrico risulta essere anche conservativo. In altre parole, quando il campo elettrico è conservativo esso è anche irrotazionale ed il lavoro compiuto per spostare una carica unitaria da un punto A ad un punto B è indipendente dal percorso scelto tra i due punti. In questo caso, possiamo introdurre una funzione scalare ϕ detta ***potenziale elettrico*** e definita in ogni punto del dominio in cui si trovano A e B e possiamo definire la ***tensione*** tra A e B come una ***differenza di potenziale (d.d.p.)*** secondo la relazione

$$v_{\mathrm{AB}}(t) = \phi_A(t) - \phi_B(t) \tag{1.4}$$

dove ϕ è il potenziale elettrico nel punto indicato con il pedice corrispondente. La tensione, e quindi il potenziale elettrico, si misura in ***Volt*** (V). Graficamente, nel modello circuitale, la tensione esistente tra due punti nello spazio si indica con una freccia come in Fig. 1.5. Poiché la tensione è definita come il lavoro compiuto per lo spostamento di carica unitaria da un punto ad un altro, è necessario introdurre per essa un "verso". Questo corrisponderà al verso della freccia di Fig. 1.5. La tensione v_{AB} con il verso come rappresentato in Fig. 1.5, è quella relativa allo spostamento di una carica unitaria dal punto A al punto B. Il potenziale in A è maggiore di quello in B se $v_{\mathrm{AB}} > 0$.

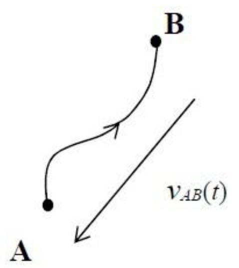


Fig. 1.5 – Verso della tensione in relazione allo spostamento della carica unitaria.

3. La potenza elettrica

Introduciamo l'***energia elettrica assorbita*** w(t) da un bipolo nell'intervallo di tempo (0;t). Tale grandezza è misurata in ***Joule*** (J). Se w(t) nell'intervallo di tempo (0;t) è effettivamente assorbita dal bipolo risulta di segno positivo, in caso contrario sarà di segno negativo e potremmo dire che il bipolo ha ceduto energia verso l'esterno nell'intervallo di tempo (0;t).

La ***potenza elettrica assorbita*** p(t) corrisponde alla variazione d'energia elettrica w(t) <u>assorbita</u> nell'unità di tempo da un bipolo ed è data dalla relazione:

$$\mathrm{p}(t) = \frac{\mathrm{dw}(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.5}$$

p(t) è misurata in ***Watt*** (W) che equivale a Joule su secondi.

Allo stesso modo potevamo introdurre una potenza generata come variazione d'energia elettrica <u>generata</u> nell'unità di tempo da un bipolo.

Sia se intendo calcolare una potenza assorbita, sia se intendo calcolare una potenza generata, NON conosco a priori il segno del suo valore. Questo mi sarà noto solo dopo averla calcolata. Se la potenza assorbita avrà segno positiva vorrà dire che assistiamo ad un aumento dell'energia assorbita e quindi immagazzinata dal bipolo (energia elettrostatica o magnetica). Se la potenza assorbita è negativa vorrà dire che l'energia immagazzinata dal componente sta diminuendo perché sta fluendo verso l'esterno del sistema mettendola a disposizione degli altri componenti o dell'ambiente. Allo stesso modo possiamo affermare che se la potenza generata avrà segno positivo vorrà dire che l'energia immagazzinata dal componente sta diminuendo e il bipolo la sta fornendo all'esterno, se la potenza generata avrà segno negativo vorrà dire che assistiamo ad un aumento dell'energia assorbita e quindi immagazzinata dal bipolo.

Quando la potenza è nulla vuol dire che non c'è variazione di energia e che il bipolo non scambia energia con l'esterno ed eventualmente immagazzina una energia costante (elettrostatica o magnetica).

Si può dimostrare che per un bipolo l'espressione della potenza è:

$$p(t) = v(t)i(t) \tag{1.6}$$

e che, qualora i versi di corrente e tensione di un bipolo sono opposti (vedi Fig. 1. 6), la potenza definita dalla (1.6) è una ***potenza assorbita***; viceversa, qualora i segni siano concordi (vedi Fig. 1. 6), la potenza che calcolo con la (1.6) è quella ***generata*** o ***erogata*** dal bipolo.

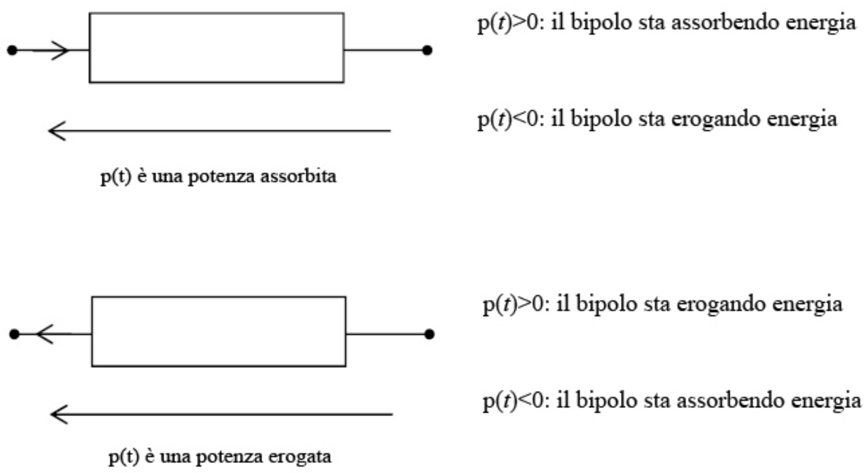


Fig. 1. 6 – Potenza assorbita ed erogata.

Anticipiamo quanto diremo nel prossimo paragrafo: quando i versi di tensione e corrente di un bipolo sono opposti si dice che abbiamo fatto la ***convenzione dell'utilizzatore*** (vedi Fig. 1.8-a), quando i versi sono concordi si dice che abbiamo fatto la ***convenzione del generatore*** (vedi Fig. 1.8-b).

4. Il bipolo e relazione caratteristica di un bipolo

Il ***bipolo*** è: *il modello circuitale di un componente elettrico dotato di due terminali terminati da due morsetti attraversati da due correnti uguali (verso e valore), tra cui è possibile definire una tensione elettrica*.

Il simbolo del bipolo è quello di Fig. 1.7.

Siccome sia la corrente $i(t)$ che la tensione $v(t)$ devono avere necessariamente un verso, ogni bipolo avrà un verso per la corrente ed uno per la tensione. Quando i versi scelti sono opposti (vedi Fig. 1.8-a), si dice che si è fatta la ***convenzione dell'utilizzatore***; viceversa, quando i versi sono concordi (vedi Fig. 1.8-b), si dice che si è fatta la ***convenzione del generatore***.

Fig. 1.7 – Simbolo del bipolo.

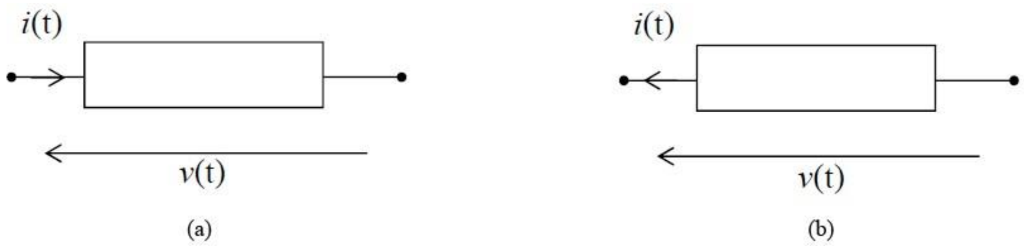


Fig. 1.8 – a: Convenzione dell'utilizzatore, b: Convenzione del generatore.

Ogni bipolo è caratterizzato da un legame funzionale tra corrente e tensione. Descrivere un bipolo significa assegnare la relazione funzionale tra $i(t)$ e $v(t)$. Tale relazione funzionale prende il nome di ***relazione caratteristica*** e la indichiamo nel modo seguente:

$$f\left(v(t), i(t), \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}, t\right) = 0 \qquad \forall t \in \mathrm{D}. \tag{1.7}$$

dove D rappresenta un intervallo temporale di definizione della relazione funzionale introdotta. Nel futuro sottintenderemo l'appartenenza della variabile temporale a questo intervallo di definizione. Si osservi come nella relazione funzionale può comparire una derivata delle grandezze $v(t)$ e $i(t)$ e questo corrisponde al caso di bipoli dinamici, come vedremo nel § 4.1.

La variabile temporale compare nella funzione $f(.)$ in modo esplicito perché in generale la relazione caratteristica può variare nel tempo. In questo caso parleremo di bipoli ***tempo-varianti***.

Nel caso contrario, il caso che noi utilizzeremo in tutto il corso e che vedremo nel § 4.1, i bipoli si dicono ***tempo-invarianti*** e le (1.7) diventano:

$$f\left(v(t), i(t), \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\right) = 0 \qquad \forall t \in \mathrm{D}. \tag{1.8}$$

La relazione caratteristica $f(.)$, e quindi la (1.7) o la (1.8), ha una forma che dipende dalla convenzione fatta sul bipolo a cui si riferisce (generatore o utilizzatore, come nella Fig. 1.8). Vedremo infatti che, quando introdurremo le caratteristiche di ogni singolo tipo di bipolo (Lezione. 2), ciò che cambia nella relazione caratteristica nel passare da una convenzione ad un'altra è soltanto il segno della variabile indipendente.

4.1 La classificazione dei bipoli

In questo paragrafo ci occuperemo di fare una classificazione dei bipoli. A tale scopo introdurremo alcune proprietà che caratterizzano ogni bipolo e che lo fanno appartenere ad una classe piuttosto che a un'altra.

4.1.1 I bipoli tempo-varianti e tempo-invarianti

Come abbiamo già detto nel precedente paragrafo, definiamo bipoli ***tempo-varianti*** quelli per cui vale la caratteristica (1.7), nel caso contrario, il caso che noi utilizzeremo in tutto il corso, i bipoli si dicono ***tempo-invarianti*** e faremo riferimento alle (1.8). In altre parole, il bipolo si dice tempo-invariante quando le sue caratteristiche elettro-magnetiche non variano nel tempo. La tempo invarianza è sempre riferita all'intervallo di tempo in cui studiamo quel particolare sistema: un resistore, un condensatore e un induttore tempo-invarianti sono caratterizzati dall'avere, nel range temporale in cui li utilizziamo, rispettivamente la resistenza, la capacità e l'induttanza costanti rispetto al tempo (vedi Lezione 2).

4.1.2 I bipoli adinamici e bipoli dinamici

Si definisce bipolo ***adinamico*** un bipolo nel quale la tensione (la corrente) in un istante dipende dalla corrente (dalla tensione) nello stesso istante. In questo caso *f*(.) della (1.8) è una funzione in cui non compaiono derivate. Per i bipoli adinamici è sempre possibile considerare una ***curva caratteristica***. Questa è la curva nel piano i - v relativa alla funzione *f*(.).

Come vedremo nella Lezione 2, sono bipoli adinamici il resistore, i generatori ideali, gli interruttori, il corto circuito e il circuito aperto.

In riferimento al bipolo resistore che incontreremo nella prossima Lezione 2, in Fig. 1.9 abbiamo rappresentato un esempio di curva caratteristica di resistore lineare. In Fig. 1.10, invece, abbiamo rappresentato un esempio di curva caratteristica di resistore non lineare.

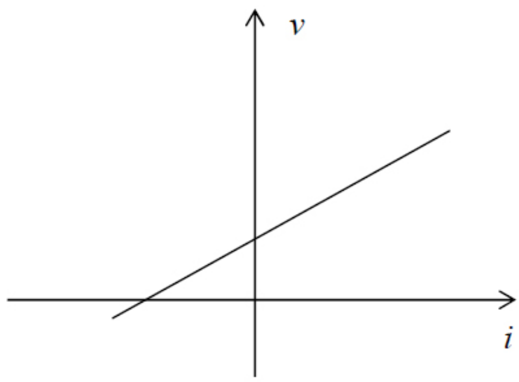


Fig. 1.9 – Grafico di una funzione caratteristica di un resistore lineare.

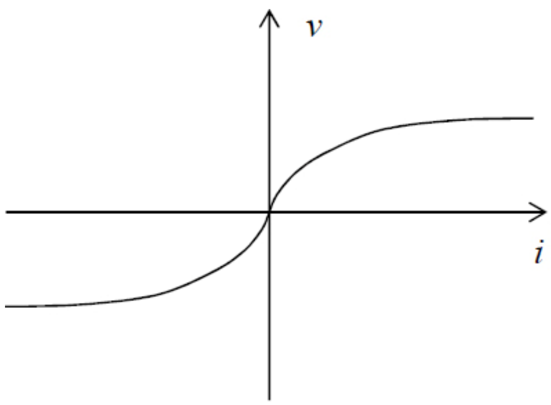


Fig. 1.10 – Grafico di una funzione caratteristica di un resistore non lineare.

In riferimento alla (1.8), si definisce bipolo ***dinamico*** un bipolo nel quale la tensione (la corrente) in un istante *t*, dipende dalla corrente (dalla tensione) nello stesso istante *t* e in istanti precedenti a *t*, ad esempio t-Δt (dove Δt è un certo intervallino di tempo). In questo caso la *f*(.) della (1.8) è una funzione in cui compaiono le derivate ossia, in altri termini, la sua relazione caratteristica è di tipo differenziale.

Nei casi dinamici si dice che il sistema ha memoria in quanto il valore delle grandezze in un istante *t* dipende anche dal valore delle grandezze in istanti precedenti e quindi il sistema ricorda la sua storia e la sua storia determina ciò che accade nell'istante in cui lo consideriamo. Noi siamo un esempio di sistema dinamico in quanto ciò che ci accade in ogni momento dipende dalla nostra storia.

Vediamo perché se compaiono le derivate nella (1.8) possiamo dire che il sistema è dinamico e quindi ha memoria. Supponiamo allo scopo di avere un bipolo nel quale la corrente è proporzionale alla derivata della tensione:

$$i(t) \propto \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.9}$$

Ora, scriviamo la derivata della (1.9) come limite di un rapporto incrementale:

$$i(t) \propto \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t) - v(t - \Delta t)}{\Delta t} \tag{1.10}$$

Dalla (1.10), che è un semplice esempio di relazione dinamica, si evince come la grandezza $i(t)$ dipenda dalla tensione $v(t)$ nello stesso istante e in un istante precedente!

È chiaro che, caso di bipoli dinamici non possiamo utilizzare una curva caratteristica.

Come vedremo nella Lezione 2, sono bipoli dinamici il condensatore e l'induttore.

4.1.3 I bipoli adinamici controllati in tensione o in corrente

Definiamo bipoli ***controllati in tensione*** i bipoli adinamici per i quali possiamo scrivere la relazione caratteristica con la tensione variabile indipendente e la corrente variabile dipendente:

$$i(t) = g(v(t)) \tag{1.11}$$

Viceversa: definiamo bipoli ***controllati in corrente*** i bipoli per i quali possiamo scrivere la relazione caratteristica con la corrente variabile indipendente e la tensione variabile dipendente:

$$v(t) = r(i(t)) \tag{1.12}$$

Nel primo caso possiamo dire che per ogni valore della tensione esiste un solo valore della corrente. Viceversa, nel secondo caso.

Non è detto che le funzioni $r(.)$ e $g(.)$ siano invertibili. Nel caso in cui questo accadesse potremmo scrivere:

$$g(.) = r^{-1}(.)\,. \tag{1.13}$$

Esistono bipoli per i quali la (1.13) è verificata e che quindi sono controllati sia in tensione che in corrente, ad esempio, come vedremo nella Lezione 2, i resistori lineari.

4.1.4 I bipoli passivi e bipoli attivi

Un bipolo adinamico è ***passivo*** se la potenza assorbita (generata) (1.6) è positiva (negativa). Viceversa, è ***attivo*** se la potenza assorbita (generata) (1.6) è negativa (positiva).

Se il bipolo è attivo, vuol dire che al suo interno le cariche si muovono in senso opposto al campo elettrico che determina quella tensione (cioè non vanno più da un punto a potenziale maggiore ad uno a potenziale minore), pertanto si dovrà ammettere l'esistenza di forze di altra natura (chimica, meccanica, ...) che "forzano" le cariche a muoversi in opposizione al campo elettrico esistente. È il caso questo dei bipoli generatori che introdurremo nella prossima Lezione 2.

Il resistore è un bipolo ***strettamente passivo***, come vedremo nella prossima Lezione 2 alla sezione 1.1.

Per i bipoli dinamici che introdurremo nella prossima Lezione 2, cioè l'induttore e il condensatore, non è possibile utilizzare la definizione appena data di bipolo passivo e attivo. In questo caso, infatti, il segno della potenza assorbita (o erogata) definita come prodotto $v(t)i(t)$ non è definibile a priori. Questo dipenderà dallo "stato" in cui si trova il bipolo dinamico all'istante nel quale vogliamo valutare il segno della potenza assorbita o generata.

In questo caso, allora, si ricorre ad una più ampia definizione: si definisce passivo un bipolo per il quale si ha:

$$\int_{-\infty}^{t} \mathrm{p}(t)\mathrm{dt} = \mathrm{w}(t) - \mathrm{w}(-\infty) \geq 0 \,. \tag{1.14}$$

Osserviamo che il secondo membro della (1.14) ci consente di valutare l'energia assorbita dal bipolo fino all'istante t a partire dall'origine dei tempi come differenza tra l'energia immagazzinata dallo stesso nei soli istanti estremi dell'intervallo (indipendentemente dalla storia intermedia). Affinché la disuguaglianza sia verificata deve accadere, quindi, che l'energia immagazzinata dall'origine dei tempi sia non negativa. Questo vuol dire che tali bipoli non possono erogare un'energia che non gli ha fornito precedentemente un generatore. Il condensatore e l'induttore sono bipoli dinamici passivi come vedremo nella prossima Lezione 2. Essi possono essere “caricati” da un generatore, immagazzinare energia ed in seguito eventualmente scaricarsi fornendo energia all’esterno. In particolare, l’energia immagazzinata dal condensatore (induttore) all’istante t è associata al campo elettrico (magnetico) in esso presente. Questi bipoli dunque possono fungere temporaneamente da generatori ma solo di un’energia che gli è stata precedentemente fornita da bipoli attivi.

Infine, definiamo bipoli ***strettamente passivi*** quelli per i quali la potenza assorbita è nulla solo quando sia la tensione che la corrente sono nulle. Come abbiamo detto sopra e come vedremo meglio nella prossima Lezione 2 alla sezione 1.1, il resistore è un bipolo strettamente passivo.

4.1.5 I bipoli lineari

Un ***bipolo*** si dice ***lineare*** se ad una combinazione lineare di tensioni (correnti) esistenti nel bipolo corrisponde la stessa combinazione lineare delle correnti (tensioni) del bipolo. Si ha quindi che per un bipolo controllato in corrente:

$$v(t) = r\left(a_1 i_1(t) + a_2 i_2(t)\right) = a_1 r\left(i_1(t)\right) + a_2 r\left(i_2 t)\right) = a_1 v_1(t) + a_2 v_2(t)\,. \tag{1.15}$$

Dove $i_1(t)$ e $i_2(t)$ sono due differenti correnti e $v_1(t)$ e $v_2(t)$ sono i valori che si ottengono per le tensioni corrispondenti a $i_1(t)$ e $i_2(t)$ rispettivamente.

Analogamente per un bipolo controllato in tensione:

$$i(t) = g\left(a_1 v_1(t) + a_2 v_2(t)\right) = a_1 g\left(v_1(t)\right) + a_2 g\left(v_2(t)\right) = a_1 i_1(t) + a_2 i_2(t)\,, \tag{1.16}$$

dove $v_1(t)$ e $v_2(t)$ sono due differenti tensioni e $i_1(t)$ e $i_2(t)$ sono i valori che si ottengono per le correnti corrispondenti a $v_1(t)$ e $v_2(t)$ rispettivamente.

Noi in questo corso utilizzeremo solo bipoli passivi lineari.

Un circuito avente soli elementi passivi lineari viene definito ***circuito lineare***. In questo caso vale il ***principio di sovrapposizione degli effetti***. Questo afferma che se in un circuito vi sono più generatori, tutte le tensioni e le correnti del circuito sono ottenibili come somma, o “sovrapposizione”, delle tensioni e delle correnti che si possono osservare in relazione ad ogni singolo generatore. In altre parole. In riferimento alla (1.15), si può osservare come, allorquando abbiamo due generatori che producono in un dato bipolo rispettivamente le correnti $i_1(t)$ e $i_2(t)$, la tensione si può ottenere come sovrapposizione delle due risposte $v_1(t)$ e $v_2(t)$ ai singoli generatori. Viceversa, nella (1.16). Nel § 5 della Lezione 4 mostreremo come risolvere circuiti adinamici con più generatori utilizzando questo importantissimo principio, e nel § 5 della Lezione 6 mostreremo come farlo nei circuiti dinamici.

5. Le leggi di Kirchhoff nel modello circuitale

Anticipiamo in questo paragrafo quanto descriveremo più ampiamente nel § 3 della Lezione 3.

Cercare la soluzione di un circuito, e quindi conoscere il funzionamento del circuito, vuol dire determinare il valore delle tensioni e delle correnti di ogni bipolo presente nel circuito. Il modello matematico che descrive il funzionamento del circuito sarà costituito da un sistema di equazioni che dipende:

- da come è realizzato il circuito, e cioè da quanti bipoli ci sono e da come essi sono connessi.
- dalla natura dei singoli bipoli presenti nel circuito attraverso le relazioni caratteristiche (come la (1.8)).

Il modo in cui i bipoli sono connessi tra loro condiziona, dunque, il funzionamento del circuito: il valore delle grandezze in ciascun bipolo dipende cioè da come il bipolo stesso è collegato al resto del circuito e da come sono collegati tutti gli altri tra loro. Le leggi, relative al modo in cui sono connessi i bipoli, che ci consentono di scrivere queste equazioni, si chiamano *Leggi di Kirchhoff*. Queste leggi sono due: una detta "alle correnti" (la I LdK) e una detta "alle tensioni" (la II LdK).

Come vedremo nella Lezione 3, le LdK derivano, rispettivamente, dalla legge di conservazione della carica e dalla legge di Faraday-Neumann, cui abbiamo fatto cenno nel corso di questa lezione, nelle ipotesi di validità del modello circuitale ed in condizioni di funzionamento stazionario o quasi-stazionario.

Indice figure

Domande[2]

Teoria

1.1) Qual è l'utilità dell'approccio circuitale nello studio dei fenomeni elettromagnetici?

1.2) Cosa sono le **equazioni circuitali**?

1.3) In cosa consiste il **modello circuitale**?

1.4) Cosa è un **circuito elettrico**?

1.5) Di cosa si occupa la teoria dei circuiti?

1.6) Cosa è un bipolo?

1.7) Cosa caratterizza un bipolo?

1.8) Un sistema elettrico può essere descritto come un bipolo quando:

1.9) Da quali aspetti dipende il funzionamento di un circuito elettrico?

1.10) Cosa sono i terminali di un bipolo?

1.11) Cosa sono i morsetti di un bipolo?

1.12) Quali sono le grandezze che descrivono il funzionamento di un bipolo?

1.13) Per definire una differenza di potenziale tra i terminali di un bipolo è necessario che:

1.14) Per quale principio la corrente ai due terminali di un bipolo è uguale?

1.15) Qual è la denominazione corretta della grandezza comunemente indicata con $i(t)$?

1.16) Cosa si intende per verso della corrente (della tensione) di un bipolo?

1.17) A cosa è uguale la differenza di potenziale tra i terminali di un bipolo?

1.18) Quale è l'unità di misura della tensione elettrica (corrente, potenza, energia)?

1.19) Cosa è il potenziale elettrico?

1.20) La tensione di un bipolo è uguale a:

---

[2] In questa Lezione e nelle successive le domande inerenti definizioni di grandezze, principi, proprietà etc fanno riferimento unicamente a quanto definito nelle 11 Lezioni di Elettrotecnica di cui la presente.

1.21) Cosa è la $v(t)$?

1.22) Cosa è la $i(t)$?

1.23) La tensione è esprimibile attraverso un integrale di linea nel modello circuitale?

1.24) La grandezza $v(t)$ è denominata:

1.25) La grandezza $i(t)$ è denominata:

1.26) La grandezza $v(t)$ è definibile come:

1.27) La grandezza $i(t)$ è definibile come:

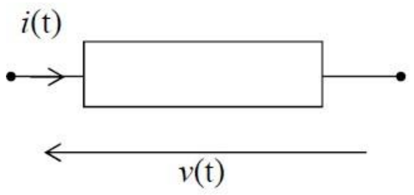
1.28) La grandezza p(t) è denominata:

1.29) La grandezza p(t) è definibile come:

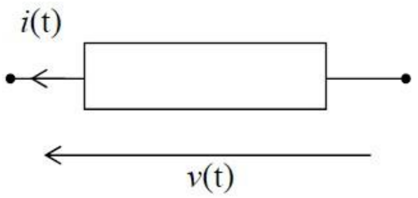
1.30) Che legame vi è tra la potenza p(t) e l'energia w(t)?

1.31) Come si misura la potenza?

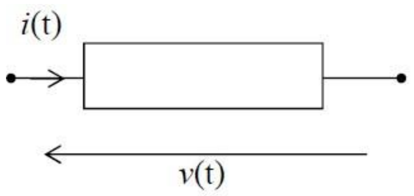
1.32) In riferimento alla figura, la grandezza p(t)=$v(t)$*$i(t)$ è denominata:



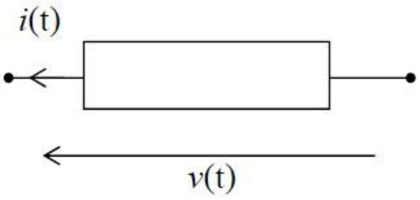
1.33) In riferimento alla figura, la grandezza p(t)=$v(t)$*$i(t)$ è denominata:



1.34) In riferimento alla figura, se la grandezza p(t)=$v(t)$*$i(t)$>0 cosa possiamo concludere?

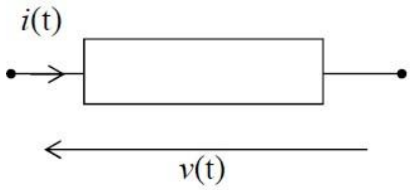


1.35) In riferimento alla figura, se la grandezza p(t)=v(t)*i(t)<0 cosa possiamo concludere?

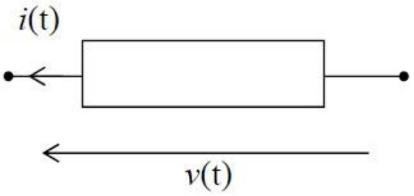


1.36) Che differenza c'è tra potenza generata e potenza assorbita da un bipolo?

1.37) Per il bipolo di figura è stata fatta la convenzione del ….



1.38) Per il bipolo di figura è stata fatta la convenzione del ….



1.39) Cosa significa fare la convenzione dell'utilizzatore (del generatore) su un bipolo?

1.40) Quando possiamo dire che un bipolo è controllato in corrente (in tensione)?

1.41) Quando un bipolo è controllato sia in tensione che in corrente?

1.42) Cosa significa che un bipolo è controllato in corrente (tensione)?

1.43) Cosa significa che un bipolo è passivo (attivo)?

1.44) Quale è la definizione estesa di bipolo passivo?

1.45) Quale delle seguenti relazioni caratteristiche sarà quella di un bipolo passivo (attivo)?

1.46) Su un bipolo passivo (attivo) quale convenzione si fa, utilizzatore o generatore?

1.47) Cosa significa che un bipolo è adinamico (dinamico)?

1.48) Quale dei seguenti relazioni caratteristiche sarà relativa ad un bipolo adinamico (dinamico)?

1.49) Come possiamo definire un bipolo adinamico (dinamico)?

1.50) Cosa significa che un bipolo è lineare (non lineare)?

1.51) Quando possiamo dire che un circuito è lineare?

1.52) Quando possiamo utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti in un circuito?

1.53) In quali circuiti è possibile utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti?

1.54) A cosa servono le Leggi di Kirchhoff?

1.55) Quante sono le Leggi di Kirchhoff?

1.56) Da cosa dipendono le leggi di kirchhoff?