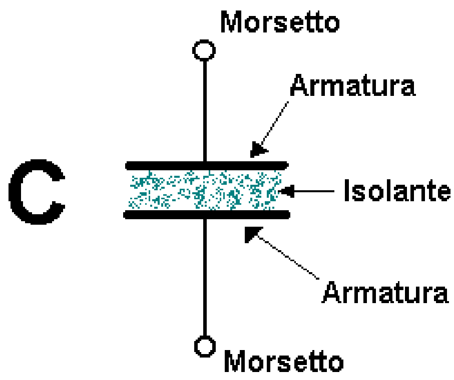
Modello incrementale
per lo studio del transitorio di carica/scarica
di un condensatore

CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE

Il condensatore è un tipo di bipolo elettrico formato da due superfici metalliche, dette armature, affacciate fra loro e separate da materiale isolante. Ogni armatura è collegata ad uno dei morsetti del componente e, come ovvio, non vi è continuità elettrica fra i due morsetti, grazie all'isolante interposto fra le armature.



Per un condensatore vale:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad \mathbf{Q = C \times \Delta V}$$

dove ΔV rappresenta la differenza di potenziale ai capi del condensatore (espressa in volt), Q è la quantità di carica complessiva accumulata sulle armature del condensatore (espressa in coulomb), C è una proprietà intrinseca del componente chiamata **capacità**.

CARATTERISTICHE ELETTRICHE

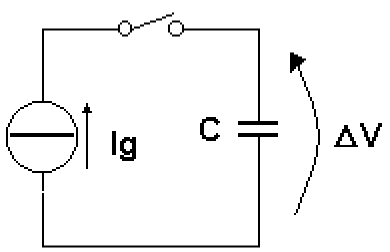
Il condensatore è un **bipolo passivo!** Le cariche elettriche che dovessero giungere ad esso per effetto delle forze elettromotrici sarebbero costrette ad accumularsi sulle armature, non potendo attraversare la barriera isolante. Il condensatore è quindi un bipolo capace di **accumulare carica!**

Il valore di capacità dipende dalle forme costruttive del condensatore stesso e la sua unità di misura è il **Farad** (nella pratica si usano esclusivamente i sottomultipli del farad μF, nF, pF). Vale:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d}$$

dove ε rappresenta una proprietà del materiale isolante (costante dielettrica), S l'area della superficie delle armature, d è la distanza che separa le due armature.

CARICA DI UN CONDENSATORE:

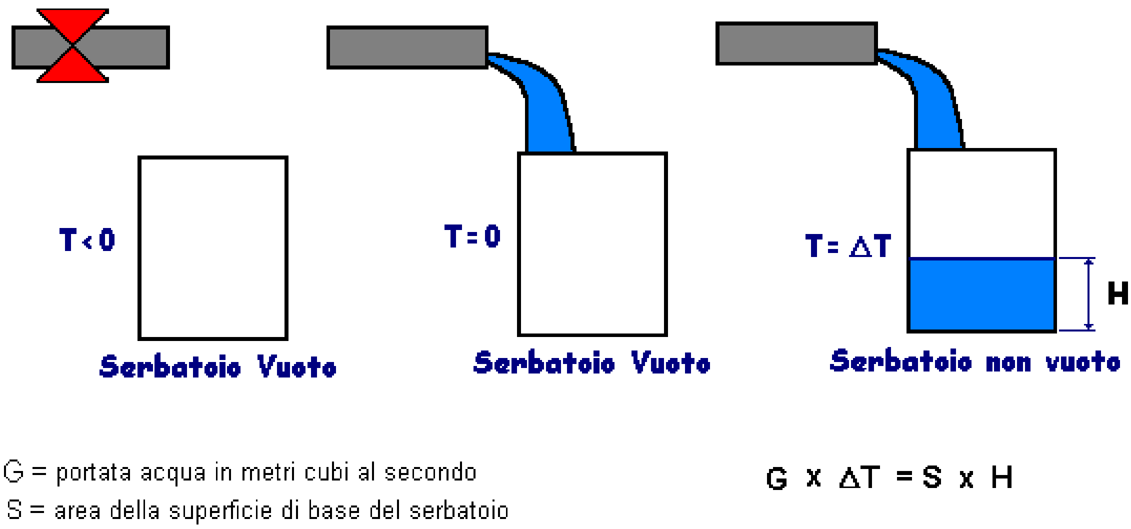


All'istante t=0 l'interruttore viene chiuso e il condensatore è chiuso in serie al generatore di corrente Ig.

Supponiamo che la carica iniziale accumulata sulle armature del condensatore sia nulla (**condensatore scarico**): pertanto avremo $\Delta V=0$.

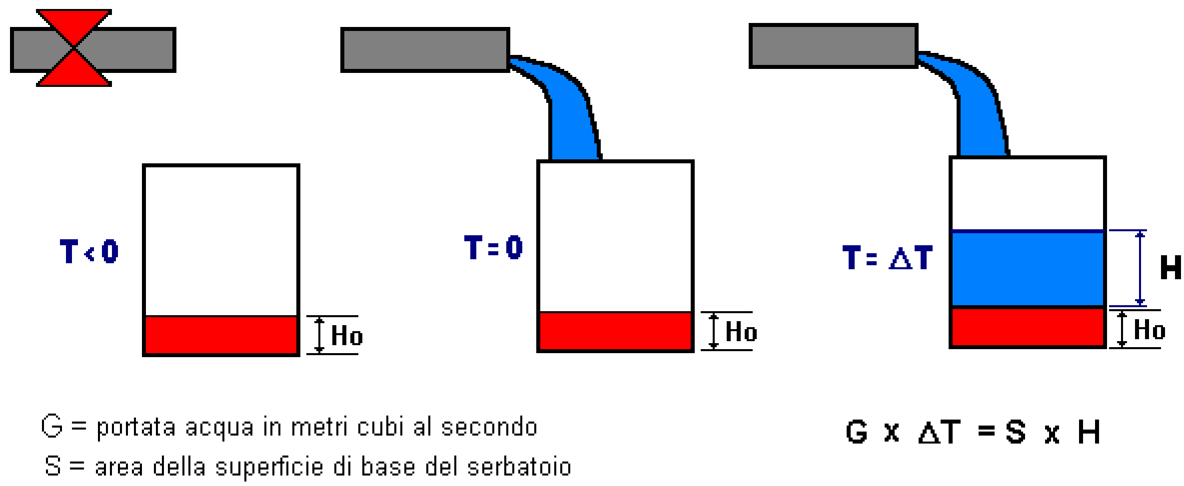
Dopo Δt secondi, dal generatore al condensatore si è mossa una quantità di carica pari a $\Delta Q = Ig \times \Delta t$ coulomb. Dopo questo intervallo avremo anche una $\Delta V = \Delta Q / C$ ai capi del condensatore.

Modello Idraulico di un Condensatore:

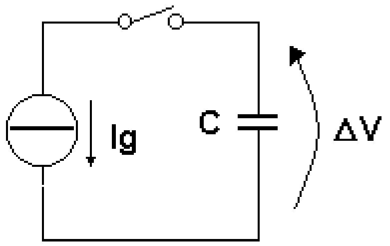


In questa analogia abbiamo che: *G* corrisponde ad *Ig*, *S* corrisponde a *C* e H corrisponde a ΔV, ΔT corrisponde a Δt.

E se il condensatore ha già accumulate delle cariche elettriche sulle proprie armature all'istante t=0?

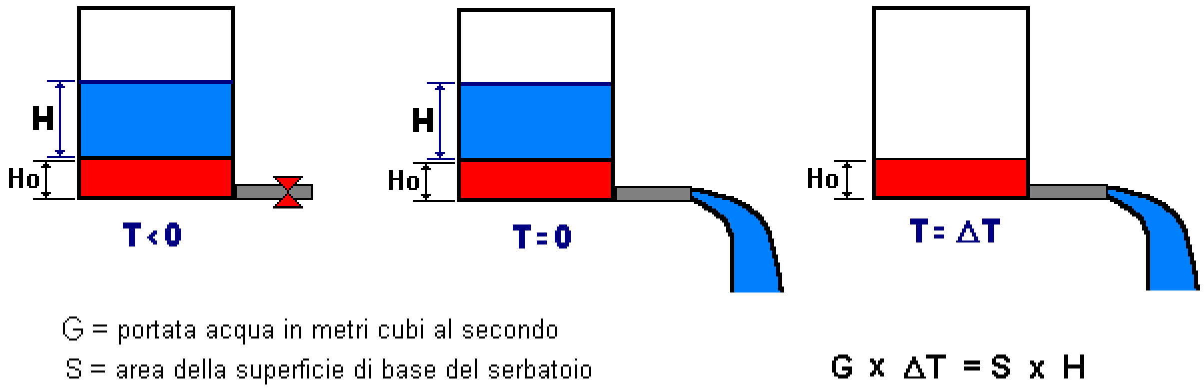


SCARICA DI UN CONDENSATORE:

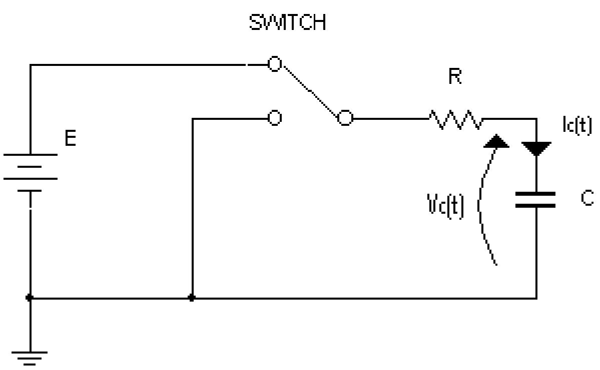


All'istante t=0 l'interruttore viene chiuso e il condensatore è chiuso in serie al generatore di corrente Ig.
Supponiamo che la carica iniziale accumulata sulle armature del condensatore non sia nulla: avremo cioè una certa $\Delta V = Vo$, con il verso indicato in figura.

Dopo Δt secondi è stata asportata una quantità di carica dalle armature del condensatore pari a $\Delta Q = Ig \times \Delta t$ coulomb. Dopo questo intervallo avremo ai capi del condensatore una $\Delta V = Vo - \Delta Q / C$.



UNA SITUAZIONE PIU' COMPLESSA:



Studiamo il comportamento del circuito a fianco, cercando di determinare l'andamento nel tempo della tensione Vc(t).
Si considera l'ipotesi che all'istante iniziale $t=0^-$, il condensatore sia completamente scarico **(Vc(0) = 0)**. All'istante $t=0^+$ l'interruttore è chiuso nella posizione indicata.

Si può determinare la curva Vc(t) per punti, calcolando cioè Vc(t) in istanti temporali distinti separati l'uno dall'altro di Δt secondi. Si ipotizza inoltre che in ogni intervallo Δt sia costante il valore di Vc(t).

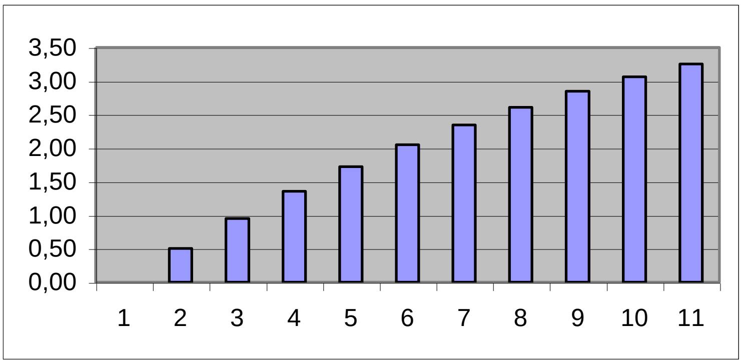
Si studi la seguente sequenza:

1. inizio $t = 0$ $Vc(0) = 0$ $Ic(0) = E/R$
2. dopo Δt sec $t = \Delta t$ $Vc(\Delta t) = Vc(0) + Ic(0) \times \Delta t / C$ $Ic(\Delta t) = (E-Vc(\Delta t)) / R$
3. dopo Δt sec $t = 2 \times \Delta t$ $Vc(2\Delta t) = Vc(\Delta t) + Ic(\Delta t) \times \Delta t / C$ $Ic(2\Delta t) = (E-Vc(2\Delta t)) / R$
4. dopo Δt sec $t = 3 \times \Delta t$ $Vc(3\Delta t) = Vc(2\Delta t) + Ic(2\Delta t) \times \Delta t / C$ $Ic(3\Delta t) = (E-Vc(3\Delta t)) / R$
5. …

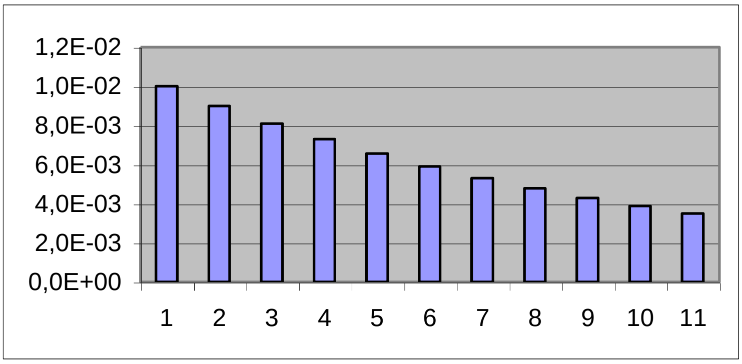
In ogni istante ai capi del resistore vi è una differenza di potenziale pari alla differenza fra la tensione del generatore e la tensione ai capi del condensatore (vedi II principio di Kircchoff).
All'istante iniziale $t=0^+$ la tensione ai capi del resistore vale pertanto E volt: il generatore di tensione erogherà una corrnte il cui valore è **determinato/limitato** dal valore di resistenza. Il valore di corrente all'istante t=0 vale **E/R** ampere.

Supponiamo che per tutti i seguenti Δt secondi la tensione rimanga costante al valore dell'istante t=0 (l'ipotesi non reale ma potremmo dire che Vc(t) e Ic(t) variano "poco" se Δt è piccolo, cioè sono praticamente costanti): anche la corrente della maglia sarà costante per tutto questo intervallo. Dopo Δt secondi dal generatore al condensatore si è mossa una quantità di carica complessiva pari a **(E/R) × Δt**. Mettiamoci ora all'istante $t=\Delta t^+$: ora la tensione ai capi del condensatore è cambiata per effetto della carica sopraggiunta nei precedenti Δt secondi e varrà precisamente **$Vc(\Delta t^+)=(E\times\Delta t)/(R\times C)$**. Anche la corrente ora è diversa e nei prossimi Δt secondi, nei quali supponiamo Vc(t) e Ic(t) costanti e pari al valore calcolato per $t=\Delta t^+$, un altro quantitativo di carica, minore di quello dei precedenti Δt secondi, si muoverà dal generatore al condensatore.

Negli istogrammi riportati si può osservare come variano rispettivamente la tensione Vc(t) e la corrente Ic(t) nel susseguirsi degli intervalli Δt.



Tensione Vc(t)



Corrente Ic(t)

IL TRANSITORIO di CARICA

Se analizziamo il transitorio di carica di un consensatore, concentrandoci sull'andamento della tensione Vc(t) osserviamo quanto segue:

- dopo un certo intervallo di tempo il transitorio si esaurisce.
- ovvero dopo un certo intervallo di tempo tutte le grandezze elettriche si stabilizzano cioè il loro valore rimane costante.
- la situazione di stabilità coincide con quanto prevedibile da una analisi in DC della rete.
- la durata del transitorio è indipendente dal valore di E.
- la durata del transitorio è indipendente dal valore di carica iniziale.

la durata del tansitorio dipende SOLO da R e C

Si può osservare che il transitorio ha una durata valutabile in circa 4÷5 volte τ, dove:

$$\tau = R \times C$$

τ è detta costante di tempo del transitorio e la sua unità di misura (ohm per farad) è il secondo.

$$Vc(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$Ic(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$