

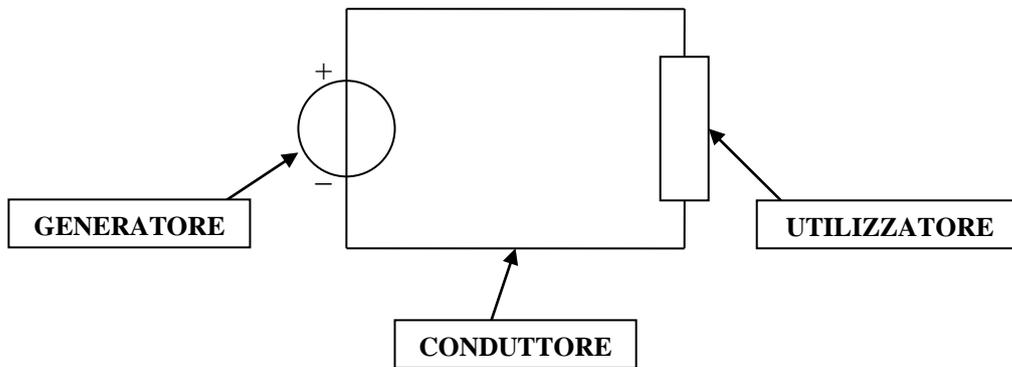
RETI ELETTRICHE LINEARI IN CORRENTE CONTINUA

1. Il circuito elettrico

I circuiti elettrici si compongono essenzialmente di tre parti fondamentali, che sono:

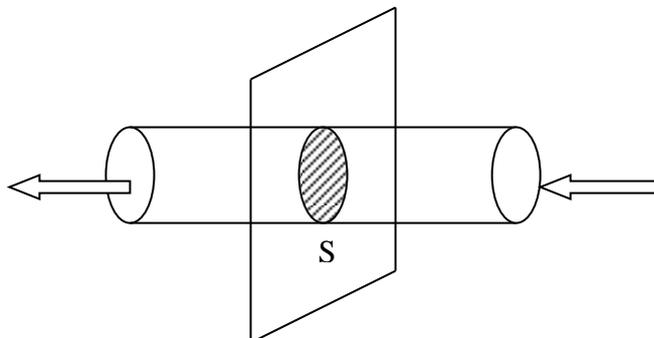
1. i **generatori** che hanno il compito di trasformare in energia elettrica una qualunque fonte di energia;
2. gli **utilizzatori**, che trasformano l'energia elettrica fornita loro dai generatori, in energia di tipo diverso, quale ad esempio la meccanica, la termica, ecc.;
3. i **conduttori**, che permettono di collegare fra loro i generatori e gli utilizzatori.

In pratica, si può affermare che il circuito elettrico è sede di trasformazioni di energia. Nella figura seguente è schematizzato un circuito elettrico fondamentale.



2. INTENSITA' DI CORRENTE ELETTRICA

Se pensiamo di tagliare perpendicolarmente un conduttore percorso da corrente con un piano immaginario, esso ne individua la sua sezione S .



Attraverso questa sezione S , passerà in un tempo Δt una certa quantità di carica elettrica Δq .

Si definisce *intensità di corrente elettrica* (I), la grandezza espressa dalla seguente relazione:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Nel S.I., l'unità di misura della corrente elettrica è l'*ampere* (A):

$$[I] = \left[\frac{\Delta q}{\Delta t} \right] = \frac{C}{s} = A$$

3. Resistenza elettrica di un conduttore metallico. Legge di ohm

Sperimentalmente, si è osservato che esiste una proporzionalità diretta tra la tensione applicata ai capi di un conduttore metallico e la corrente che fluisce nel conduttore stesso. La seguente relazione esprime la legge di Ohm:

$$V = R \times I$$

La **resistenza elettrica** è il nome del coefficiente di proporzionalità esistente tra la tensione e la corrente. Questo valore R rimane costante per un determinato conduttore, ma varia da conduttore a conduttore.

a. Resistività e conduttività

Sperimentalmente, si è osservato che, per fili conduttori dello stesso materiale, ma con lunghezza l e sezione S differenti, la resistenza è direttamente proporzionale alla lunghezza l e inversamente proporzionale alla sezione S . In formule:

$$R = \rho \times \frac{l}{S}$$

La costante ρ così introdotta è detta **resistenza specifica** o **resistività** e dipende dal materiale e dalla temperatura.

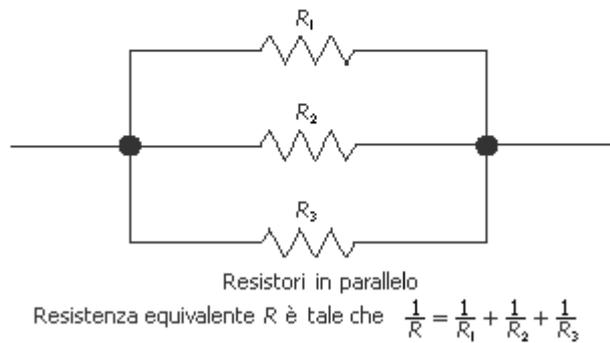
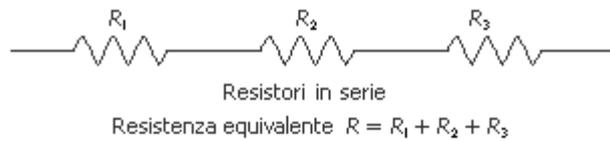
b. Variazione della resistività in funzione della temperatura

4. COLLEGAMENTO DI RESISTENZE

Quando si hanno più resistenze che compongono un circuito elettrico passivo, è possibile applicare la (prima) legge di Ohm dopo aver sostituito a queste resistenze una R unica che, percorsa dalla corrente che attraversa l'intero circuito, provoca la stessa caduta di tensione complessiva. Questa resistenza viene detta **resistenza equivalente**.

Per quanto riguarda il collegamento tra resistenze, possiamo dire:

- due o più resistenze sono **collegate in serie o in cascata**, quando sono percorse dalla stessa corrente;
- due o più resistenze sono **collegate in parallelo o in derivazione**, quando sono sottoposte alla stessa differenza di potenziale.



5. Legge di Ohm generalizzata

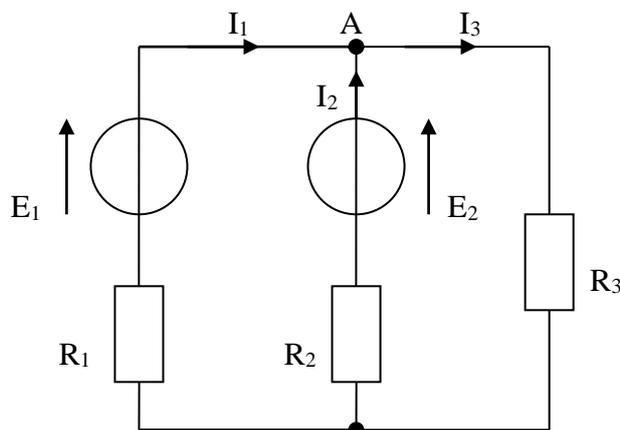
LEGGI DI KIRCHHOFF

NODO: punto di incontro di almeno tre conduttori; **RAMO:** parte di circuito che congiunge due nodi vicini qualsiasi; **MAGLIA:** l'insieme di più rami, percorsi consecutivamente una sola volta, per arrivare al punto di partenza.

PRIMA LEGGE DI KIRCHHOFF (deriva dalla legge di conservazione della carica elettrica): la somma algebrica delle intensità di correnti che passano per un nodo è uguale a zero.

SECONDA LEGGE DI KIRCHHOFF (deriva dalla legge di conservazione dell'energia elettrica), è un'immediata conseguenza della legge di Ohm generalizzata: in una maglia, la somma algebrica delle cadute di tensione provocate dalle resistenze è uguale alla somma algebrica delle f. e. m.

ESEMPIO



B

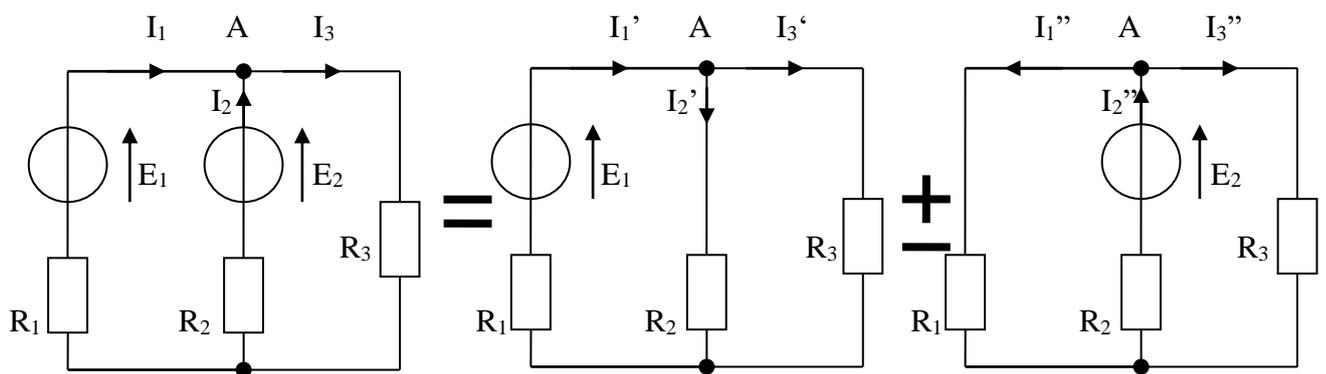
$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ E_1 - E_2 = R_1 \times I_1 - R_2 \times I_2 \\ E_1 = R_1 \times I_1 + R_3 \times I_3 \end{cases}$$

Dal sistema scritto sopra (si noti che è un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite), si ricavano i valori delle tre correnti circolanti sui rami. Il verso delle correnti è scelto in maniera arbitraria: nel caso in cui una delle soluzioni del sistema risulti essere negativa, sarà sufficiente invertire il verso della corrente corrispondente.

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Richiamo (dalla fisica): nei fenomeni fisici in cui alcune grandezze (effetti) hanno legami lineari con altre grandezze (cause), ciascun effetto complessivo è la sovrapposizione (o somma algebrica) dei corrispondenti effetti parziali prodotti da ciascuna causa pensata agente in assenza delle altre.

Riprendiamo in esame il circuito risolto in precedenza applicando i principi di Kirchhoff:



In pratica, per applicare il principio di sovrapposizione degli effetti ad un circuito elettrico *lineare* (quindi composto solo da generatori e resistenze), occorre seguire la seguente procedura:

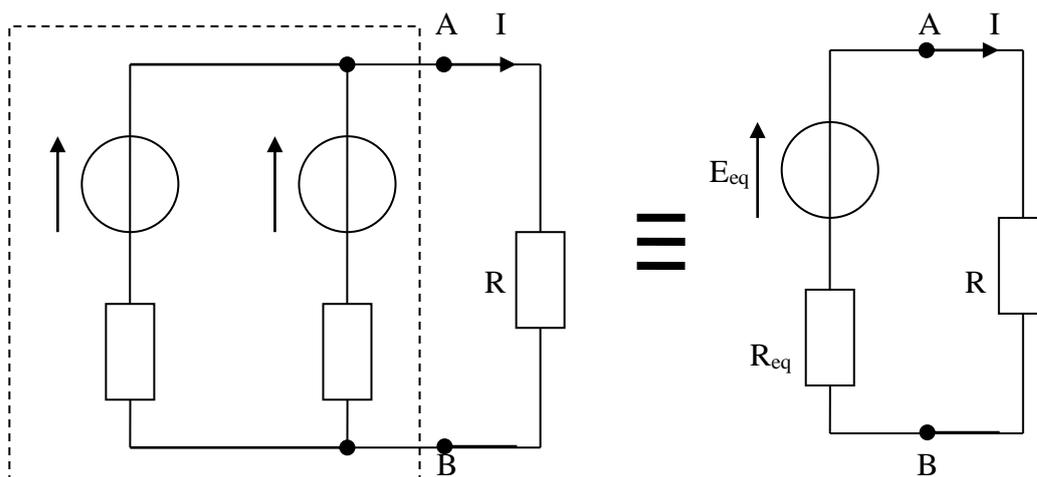
1. si considerano i generatori uno per volta, cortocircuitando tutti gli altri (si cortocircuitano i generatori di tensione e si aprono quelli di corrente);

2. si calcolano le correnti sui rami per il singolo generatore, applicando un qualsiasi altro metodo;
3. infine, si esegue la somma algebrica delle correnti nei singoli rami.

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' \\ I_2 = I_2' - I_2'' \\ I_3 = I_3' + I_3'' \end{cases}$$

PRINCIPIO DEL GENERATORE EQUIVALENTE: teoremi di Thevenin e Norton

Due reti elettriche si dicono **equivalenti** quando, alimentanti lo stesso carico (o, comunque, lo stesso bipolo), raggiungono gli stessi effetti (stessa V e stessa I).



Come si può notare dalla figura precedente, la risoluzione del circuito è immediata se si riesce a trovare una rete equivalente a quella racchiusa dal tratteggio, costituita dal bipolo attivo più semplice (serie tra un generatore di tensione e una resistenza). In questo, ci viene in aiuto il teorema di Thevenin che afferma:

una rete elettrica a due morsetti può essere sostituita con un bipolo equivalente di f. e. m. E_{eq} pari alla tensione a vuoto della rete e di resistenza R_{eq} pari al rapporto tra la precedente tensione a vuoto e la corrente di corto – circuito della rete.

Praticamente, la procedura per applicare quanto appena detto è la seguente:

- per calcolare la resistenza equivalente, si stacca la resistenza R, si cortocircuitano i generatori di tensione (analogamente, si aprono i generatori di corrente) e si calcola il valore della resistenza tra i morsetti A e B;
- per calcolare la f. e. m. del generatore equivalente, tenendo sempre staccata la resistenza R, si ricollegano tutti i generatori e si calcola (con un metodo qualsiasi) la tensione tra i punti A e B. Il valore trovato è proprio E_{eq} .

Il teorema di Norton (duale a quello di Thevenin), afferma:

una rete elettrica a due morsetti può essere sostituita con un bipolo equivalente costituito da un generatore ideale di corrente I_{eq} pari alla corrente di corto – circuito della rete assegnata, in parallelo ad una resistenza R_{eq} pari alla resistenza presentata dalla rete fra i due morsetti con generatori di tensione sostituiti dalle rispettive resistenze interne e generatori di corrente sostituiti dalle rispettive conduttanze interne.

Oltre ai metodi citati, esistono altri metodi di risoluzione dei circuiti lineari che sono utili in quei casi in cui la rete assume una “particolare conformazione geometrica”. Per esempio, in quei circuiti costituiti da un certo numero di rami in parallelo, in pratica una rete a due nodi (ad esempio, il circuito utilizzato fino ad ora), torna utile il teorema di Millman, che afferma:

la tensione V_{AB} in una rete elettrica a due nodi A e B vale la somma algebrica delle correnti di corto – circuito dei singoli rami diviso la somma aritmetica delle conduttanze dei rami stessi. Le correnti di corto – circuito sono da assumersi positive se entranti in A, negative in caso contrario.

Con riferimento al nostro circuito, possiamo scrivere:

$$V_{AB} = \frac{G_1 \times E_1 + G_2 \times E_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$