

Problemi di decisione

	Condizioni di certezza	Condizioni di incertezza
	se i dati e le conseguenze vengono stabiliti a priori (subito)	quando possono subentrare nei dati VARIABILI CASUALI determinabili da relative probabilita'.
Effetti immediati l'intervallo di tempo esistente tra il momento della decisione e quello della realizzazione è ininfluyente	PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI CERTEZZA CON EFFETTI IMMEDIATI • PROBLEMI DI SCELTA nel caso continuo..... • PROBLEMI DI SCELTA nel caso discreto... • PROBLEMI DI SCELTA fra 2 o piu' alternative... • Problema delle scorte	PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI INCERTEZZA ED EFFETTI IMMEDIATI • PREFERENZA ASSOLUTA.... • CRITERIO DEL VALOR MEDIO.... • CRITERIO DEL RISCHIO..... • CRITERIO DEL MAXIMIN o DEL MINIMAX detto anche CRITERIO DEL PESSIMISTA.....
Effetti differiti l'intervallo di tempo esistente tra il momento della decisione e quello della realizzazione è influente ai fini della decisione	PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI CERTEZZA CON EFFETTI DIFFERITI • Investimenti finanziari - a)Criterio dell'attualizzazione - b)Criterio del tasso effettivo d'impiego • Investimenti industriali • Mutuo e Leasing	PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI INCERTEZZA ED EFFETTI DIFFERITI (Risultano essere problemi molto simili a quelli in condizioni di certezza con effetti differiti solo che i ricavi o i costi dipendono da variabili casuali e quindi sono anche da considerare relative probabilita')
	FORMULE NECESSARIE Interesse capitalizzazione semplice $I=C*i*t$ Valore attuale capitalizzazione composta $V_a = (1+i)^{-n}$ Valore attuale rendita posticipata $V_a = R \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$ Valore attuale rendita anticipata $V_a = R \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i} (1+i)$ Valore attuale rendita perpetua posticipata $V_a = \frac{R}{i}$ Valore attuale rendita perpetua antiticipata $V_a = \frac{R}{i} (1+i)$ Tassi equivalenti: $i = (1+i_k)^k - 1$ $i_k = \sqrt[k]{1+i} - 1$	

PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI CERTEZZA CON EFFETTI IMMEDIATI

• PROBLEMI DI SCELTA NEL CASO CONTINUO

Abbiamo considerato tre casi nei quali la funzione obiettivo può essere rappresentata graficamente come:

- RETTA
- PARABOLA
- IPERBOLE

La retta : la funzione obiettivo è $y = m x + q$.

Per ottimizzare tale funzione devo tener conto della sua crescita o decrescenza (segno di m), dei vincoli tecnici e di quelli di segno.

La parabola : la funzione obiettivo è $y = ax^2 + b x + c$.

Per ottimizzare tale funzione, devo tener conto dei vincoli (tecnici e di segno), dell'ascissa del vertice che può essere interna o esterna all'intervallo di variabilità e della sua concavità (segno di a).

L'iperbole : la funzione obiettivo è $y = ax + \frac{b}{x} + c$ con $a, b > 0$

Per rappresentarla dobbiamo considerare l'asintoto obliquo $y = a x + c$ e l'asintoto verticale $x = 0$.

Il massimo non si può determinare perché l'asintoto obliquo tende verso l'infinito, al contrario, possiamo determinare il minimo della funzione che corrisponde al vertice dell'iperbole, esso può essere determinato sia calcolando la derivata prima della funzione oppure applicando la seguente

$$\text{formula: } x_{\min} = \sqrt{\frac{b}{a}} \quad y_{\min} = 2 \sqrt{ab} + c.$$

Anche in questo caso dobbiamo tenere conto dei vincoli (tecnici e di segno), dell'ascissa del minimo che può essere interna o esterna all'intervallo di variabilità

Funzione obiettivo e vincoli	Massimo	Minimo
$\begin{cases} y = mx + q \\ \alpha \leq x \leq \beta \end{cases}$	$m > 0 \quad x = \beta$ $m < 0 \quad x = \alpha$	$m > 0 \quad x = \alpha$ $m < 0 \quad x = \beta$
$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ \alpha \leq x \leq \beta \end{cases}$	$a > 0 \quad \alpha \text{ se } \alpha < \beta < x_v$ $\beta \text{ se } x_v < \alpha < \beta$	$a > 0 \quad x_v \text{ se } \alpha < x_v < \beta$ $\beta \text{ se } \alpha < \beta < x_v$ $\alpha \text{ se } x_v < \alpha < \beta$
	$a < 0 \quad x_v \text{ se } \alpha < x_v < \beta$ $\alpha \text{ se } x_v < \alpha < \beta$ $\beta \text{ se } \alpha < \beta < x_v$	$a < 0 \quad \alpha \text{ se } \alpha < \beta < x_v$ $\beta \text{ se } x_v < \alpha < \beta$
$\begin{cases} y = ax + \frac{b}{x} + c \\ \alpha \leq x \leq \beta \end{cases} \quad a, b > 0$	$\alpha \text{ se } \alpha < \beta < \sqrt{\frac{b}{a}}$ $\beta \text{ se } \sqrt{\frac{b}{a}} < \alpha < \beta$	$\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ se } \alpha < \sqrt{\frac{b}{a}} < \beta$ $\beta \text{ se } \alpha < \beta < \sqrt{\frac{b}{a}}$ $\alpha \text{ se } \sqrt{\frac{b}{a}} < \alpha < \beta$

• PROBLEMI DI SCELTA NEL CASO DISCRETO:

In questo tipo di problemi la variabile d'azione può assumere solo valori interi all'interno dell'intervallo di variabilità.

Per la loro risoluzione, ci comportiamo come nel caso continuo ma, dobbiamo eventualmente correggere, cioè approssimare, i valori non accettabili dal testo del problema perché non interi.

Se non possiamo determinare la funzione obiettivo, ricorriamo al metodo dell'analisi marginale.

L'analisi marginale studia la variazione positiva o negativa di una funzione quando la variabile indipendente (la x) subisce variazioni positive unitarie.

In generale per la risoluzione ci comportiamo così:

Se i dati del problema non sono numerosi;

- calcoliamo i valori assunti dalla funzione obiettivo in corrispondenza di ciascuno di essi, li riportiamo in una tabella e analizziamo i risultati;
- se riguardano 1 sola funzione (ad es. il guadagno), possiamo valutare le variazioni marginali di questa funzione e quando per la prima volta esse cambiano di segno, abbiamo il massimo o il minimo cercato;
- se riguardano, invece, 2 funzioni (il guadagno e il ricavo), possiamo valutare le variazioni anche in questo caso e quando le variazioni di una funzione cessano di essere superiori a quelle dell'altra, abbiamo il massimo o il minimo cercato;

Se i dati del problema sono numerosi;

- consideriamo la variabile indipendente (la x), come una variabile non intera e reale;
- determiniamo per quale valore della x abbiamo il massimo o il minimo della funzione obiettivo;
- *se il valore è intero* calcoliamo il corrispondente valore della funzione;
- *se il valore non è intero* valutiamo la funzione per i due valori interi più vicini a quello trovato e decidiamo poi, qual è il massimo o il minimo;

• SCELTA FRA PIU' ALTERNATIVE:

Nel caso in cui dobbiamo scegliere tra due o più alternative dobbiamo tener conto di due tipi:

- alternative rappresentate dallo stesso tipo di funzione
- alternative rappresentate da diversi tipi di funzione.

A seconda di ciò che viene richiesto dal problema si deve scegliere l'alternativa più conveniente sotto il punto di vista dei costi o dei ricavi.

Mettendo a sistema le varie scelte, troviamo le coordinate dell'intersezione fra le due funzioni obiettivo cioè troviamo il **PUNTO DI EQUILIBRIO** o **PUNTO DI INDIFFERENZA**.

Una volta disegnate le funzioni, determiniamo, nel caso dei costi, gli intervalli dove la funzione risulta minore rispetto alle altre. Altrimenti se si parla di ricavi o di guadagni si deve trovare gli intervalli dove la funzione risulta maggiore rispetto alle altre.

Nel caso in cui le funzioni sono di tipo diverso si adotta lo stesso procedimento utilizzato precedentemente.

Problemi di scelta con effetti differiti

Si possono affrontare i problemi di scelta con effetti differiti utilizzando 2 criteri:

-criterio dell'attualizzazione

-tasso di rendimento interno

Questi 2 criteri ci sono utili in situazioni complesse in quanto le condizioni da comparare non ci permettono di avere una preferenza assoluta, ovvero una condizione migliore che si può scegliere a priori.

Questi casi riguardano gli investimenti industriali e gli investimenti finanziari.

- Investimenti industriali: sono quei tipi di investimenti nei quali l'operatore si trova a scegliere tra più tipi di acquisti o di noleggi di macchinari, dovendo tener conto di costi di manutenzione, della durata e del valore di recupero.
- Investimenti finanziari: sono quei tipi di investimenti nei quali si possono investire diversi capitali in diverse modalità.

Criterio dell'attualizzazione (r.e.a.)

Questo criterio si basa sul calcolo sul calcolo economico attualizzato (r.e.a.) ovvero la differenza fra valori attuali dei ricavi e dei costi, prendendo con riferimento lo stesso periodo di tempo.

- Criterio dell'attualizzazione per gli investimenti finanziari

Calcoliamo il r.e.a. impostando la seguente funzione:

$r.e.a. = \text{ricavi attualizzati} - \text{costi attualizzati}$

Dopo aver impostato la funzione ed aver calcolato il risultato arriviamo alle seguenti conclusioni:

- 1- tra due operazioni di investimento scegliamo quella con il rea maggiore
- 2- tra due operazioni di finanziamento scegliamo quella con il rea minore
- 3- se producono un medesimo rea sono due funzioni equivalenti.

N.B.: il rea dipende dal tasso di valutazione utilizzato e quindi non è un parametro oggettivo.

- Criterio dell'attualizzazione per gli investimenti industriali

Dobbiamo attualizzare tenendo conto di tre caratteristiche:

- 1 – costi di acquisto e manutenzione;
- 2 – valore di recupero di un impianto a fine uso;
- 3 – durata dell'impianto o delle macchine

In questo caso si tratta di attualizzare costi ed eventualmente sottrarre il valore attuale del recupero e quindi scegliere l'alternativa con rea minimo. Naturalmente supponiamo che la durata degli impianti sia uguale.

Se la durata degli impianti non è la stessa vi sono due possibilità diverse:

Prima possibilità - ricerca della scadenza comune degli investimenti.

Attualizziamo inizialmente a tempo zero riferendoci a un solo ciclo produttivo per ciascuna alternativa. Consideriamo quindi una durata comune e prendiamo i cicli produttivi necessari per coprire tale periodo. Otterremo così rendite anticipate costituite da tante rate per quanti sono i cicli produttivi considerati i cui valori attuali ci faranno scegliere l'alternativa più conveniente.

Seconda possibilità - durata all'infinito degli investimenti .

In questa seconda possibilità non abbiamo bisogno di determinare una comune scadenza ma ipotizziamo un infinito uso delle macchine o degli impianti. Diventa così un problema di attualizzazione di una rendita perpetua.

Criterio del tasso di rendimento interno (t.i.r.)

Il Tasso di rendimento interno (t.i.r) o tasso effettivo di impiego, è quel tasso in cui i valori attuali dei costi sono uguali a quelli dei ricavi, ed è il tasso per il quale $r.e.a. = 0$.

Questo tipo di criterio a differenza di quello dell'attualizzazione, ha un vantaggio, cioè non dipende dall' operatore economico che lo utilizza e quindi un criterio oggettivo. Però ha anche uno svantaggio legato alla difficoltà nel risolvere, tranne casi particolari, le equazioni ottenute.

Il calcolo del t.i.r. si basa su tre considerazioni:

- ☐ Fra due operazioni d'investimento è preferibile quella che produce un t.i.r. maggiore.
- ☐ Fra due operazioni di finanziamento è preferibile quella che produce un t.i.r. minore.
- ☐ Due operazioni d'investimento o di finanziamento che producono lo stesso t.i.r. sono equivalenti.

Per trovare il t.i.r relativo a ciascuna alternativa, si deve prima eseguire il calcolo del r.e.a. e uguagliarlo a zero ottenendo un'equazione nell'incognita i.

Ci possono essere dei problemi che presentano maggiori difficoltà di calcolo, in quanto si hanno più rimborsi dilazionati in più anni. In questo caso, per risolvere l'equazione $rea = 0$ si utilizzerà il metodo dell'interpolazione lineare cercando due valori di tasso che abbiano per il primo un r.e.a. > 0 , e per il secondo un r.e.a. < 0 , in modo da garantire che il valore cercato sia più vicino allo 0.

PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI INCERTEZZA ED EFFETTI IMMEDIATI

In questi problemi sono presenti delle grandezze che assumono valori che non si possono predeterminare ma che dipendono dal verificarsi di eventi con una certa probabilità. Esisteranno quindi un certo numero n di ALTERNATIVE che chiameremo $A_1, A_2, \dots, A_n$, tra cui effettuare la scelta, e m EVENTI che chiameremo $E_1, E_2, \dots, E_m$ cui sono associate a rispettive PROBABILITÀ che chiameremo, $p_1, p_2, \dots, p_m$. Tali eventi aleatori (o casuali) sono incompatibili a 2 a 2 (non possono verificarsi contemporaneamente) e complementari $\left(\sum_{i=1}^m p_i = 1 \right)$.

Ogni ALTERNATIVA sarà funzione di m EVENTI con m relative PROBABILITÀ per cui avremo una tabella a doppia entrata con $n \times m$ risultati:

	Alternative				
Eventi	A1	A2		An	Probabilità
E1	V11	V21		Vn1	p_1
E2	V12	V22		Vn2	p_2
:	:	:		:	:
:	:	:		:	:
Em	V1m	V2m		Vnm	p_m

PREFERENZA ASSOLUTA

Questo tipo di scelta si può attuare nei problemi di incertezza sia nel caso del massimo e del minimo, perché vi è un'alternativa preferibile sempre tra altre.

Nel caso ci trovassimo in un problema di massimo l'alternativa preferibile si chiama "dominante", mentre in un problema di minimo si chiamerà "dominata".

CRITERIO DEL VALORE MEDIO (SPERANZA MATEMATICA)

Il valore medio, per ogni alternativa, è dato dalla somma dei prodotti delle singole variabili per le rispettive probabilità, la formula usata è la seguente

$$M(V) = P_1 \cdot V_1 + P_2 \cdot V_2 + P_3 \cdot V_3 + P_4 \cdot V_4 + \dots + P_m \cdot V_m = \sum_{i=1}^m p_i V_m = 1$$

Si sceglierà quindi il valore maggiore se si cerca il profitto o ricavo massimo e, viceversa, si sceglierà il valore minore se si cerca un costo minimo.

CRITERIO DELLA VALUTAZIONE RISCHIO

La quantità $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^m (M(V) - V_i)^2 p_i}$ detta scarto quadratico medio fornisce, per ciascun'alternativa, informazioni sulla variabilità dei dati e permette quindi, anche a parità di valore medio, di confrontare le alternative. In particolare ci fornisce indicazioni sulla "rischiosità" di certe offerte.

Chiaramente se due alternative hanno lo stesso valor medio si seglierà quella con σ minore ovvero meno rischiosa, altrimenti si fisserà il rischio soggettivo, che siamo disposti ad accettare.

Si trova quindi la propensione al rischio, data dal rapporto tra $M(V)/n$, dove $M(V)$ è il valore medio di un'alternativa e n è un numero naturale soggettivo legato a quanto si è disposti a rischiare, confrontiamo, per ogni alternativa, i valori dello scarto quadratico e della percentuale di rischio e scartiamo tutte le alternative in cui $\sigma > M(V)/n$.

Infine, tra le alternative rimaste si sceglierà quella con valor medio maggiore o minore a seconda che si tratti di un problema di massimo o di minimo.

Scelta tra mutuo e leasing

Oltre a tener conto dei costi di acquisto, a volte un'azienda deve valutare la convenienza di acquistare gli impianti o di noleggiarli da una società di *leasing*.

(Un contratto di *leasing* (locazione) consiste nel prendere in affitto da una Società un bene, impegnandosi a pagare un canone per una durata fissata e riversandosi il diritto di acquistare il bene al termine del contratto, pagando una somma detta riscatto).

La valutazione del contratto è data dalla relazione:

$$Va = Max + C \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + R \cdot (1+i)^{-n}$$

Dove:

- **Max** è il Maxi-canone iniziale, pari ad una percentuale sul valore dell'impianto o ad un determinato numero di canoni;
- **C** è il valore periodico, da pagarsi per n rate;
- **R** è il valore di riscatto da versare al termine della locazione (n).

Dovendosi determinare il tasso i , i calcoli sono piuttosto complessi: si procede, quindi, per tentativi, cercando due tassi $i1$ ed $i2$ che diano, rispettivamente, un valore maggiore **Va1** ed un valore minore **Va2** di **Va3**.

Per determinare il tasso i , si opera per interpolazione lineare:

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$