

Una nuova disciplina: la Ricerca Operativa

La Ricerca Operativa secondo alcuni autori è una tecnica, secondo altri una scienza che affronta problemi organizzativi di grande ampiezza.

La ricerca operativa può essere considerata:

- 1) l'applicazione del metodo scientifico
- 2) da parte di gruppi interdisciplinari
- 3) a problemi che implicano il controllo di sistemi organizzati (interazione uomo-macchina), al fine di fornire soluzioni che meglio servano gli scopi dell'organizzazione nel suo insieme."

Il metodo della Ricerca Operativa

La Ricerca Operativa non si sostituisce ai dirigenti responsabili nell'assumere le decisioni ma, fornendo soluzioni dei problemi ottenute con metodi scientifici, permette di effettuare scelte razionali.

Anche la Ricerca Operativa utilizza, per lo studio dei fenomeni (ad esempio) economici, l'analisi matematica, il calcolo delle probabilità, i metodi statistici, ma si differenzia per gli scopi, poiché essa tende a determinare le soluzioni ottime dei problemi studiati.

La Ricerca Operativa fu applicata inizialmente durante il secondo conflitto mondiale per la risoluzione di problemi di strategia militare, sia per l'organizzazione di un'efficace difesa antiaerea (in Inghilterra), sia per l'organizzazione di convogli di navi per l'approvvigionamento delle truppe (Stati Uniti).

Dopo la conclusione della guerra, i metodi della Ricerca Operativa (R.O.) furono utilizzati in problemi organizzativi nei più svariati settori.

L'applicazione e lo sviluppo della R.O. sono dovuti alle profonde modificazioni avvenute nella società nel ventesimo secolo.

Nel settore industriale le imprese hanno raggiunto dimensioni notevoli e le decisioni dei gruppi dirigenti si sono fatte più laboriose. Tali decisioni, inoltre, devono essere assunte più rapidamente, poiché una scelta errata, o non tempestiva, può significare perdite di capitali e può arrecare danni rilevanti.

La comparsa degli elaboratori elettronici permise alla R.O. di affrontare problemi sempre più complessi, sia per la loro natura, sia per l'enorme mole di dati da elaborare.

Le fasi della soluzione di un problema di Ricerca Operativa

Prima fase: consiste **nell'analisi del problema** e nella **raccolta delle informazioni** nel modo più ampio ed approfondito possibile.

Seconda fase: consiste nella **formulazione del problema**. Essa comporta l'individuazione delle variabili controllabili (variabili di decisione) e di quelle non controllabili, insieme alla scelta della funzione economica da massimizzare (es.: il guadagno complessivo) o da minimizzare (es.: il costo complessivo); tale funzione prende il nome di *funzione obiettivo*.

Importante è ricordare che in tutti i sistemi organizzati vari sono gli obiettivi che si possono stabilire, ma la funzione economica da ottimizzare (ossia da rendere massima o minima) è una sola. Gli obiettivi possono essere diversi ed anche contrastanti fra loro. Ad esempio, in un'organizzazione

industriale l'obiettivo del settore della produzione potrebbe essere quello di produrre pochi tipi di prodotti in lunghi cicli di produzione, con formazione di grandi quantità di scorte. L'obiettivo del settore vendite, invece, potrebbe essere sia quello di avere grandi scorte, sia quello di avere una vasta gamma di prodotti.

L'obiettivo del settore finanziario, infine, è quello di ridurre la quantità di capitale immobilizzato: ciò implica la riduzione delle scorte (obiettivo che va contro quelli dei due settori precedenti).

Il compito della direzione è quello di coordinare i diversi obiettivi e di prendere delle decisioni in modo da ottimizzare la funzione economica.

Terza fase: consiste nella costruzione del **modello matematico**, che deve essere una buona rappresentazione del problema, anche se è quasi impossibile che sia una rappresentazione perfetta; il modello non è qualcosa di statico e definitivo, ma può essere eventualmente modificato in una successiva revisione per renderlo più aderente al problema.

Il modello matematico è costituito normalmente da una **funzione economica** da ottimizzare e da un **sistema di vincoli** espressi da equazioni e/o disequazioni.

Nella costruzione del modello è necessario introdurre delle ipotesi semplificatrici tali, però, da non modificare la natura del problema. In certi casi l'analisi del modello, prima della sua risoluzione, porta a scoprire vie alternative, in un primo momento trascurate.

Quarta fase: consiste nella **soluzione del modello**, possibilmente con i metodi della matematica classica, altrimenti con metodi di simulazione utilizzando un elaboratore (è questo il caso, per esempio, in cui sono presenti variabili legate ad eventi casuali).

Quinta fase: consiste nell'**analisi e verifica delle soluzioni** ottenute nella quarta fase. Se necessario, in base ai risultati di questa fase, si effettua una modifica del modello, e si ripercorre il procedimento. Una volta determinata la soluzione ottima ritenuta praticabile, la si presenta agli interessati tramite una opportuna relazione, che deve essere scritta in un linguaggio corretto ma, contemporaneamente, comprensibile anche da parte di chi non possiede le necessarie conoscenze di matematica (o delle altre materie coinvolte).

I problemi di scelta e la loro classificazione

Frequentemente, ai dirigenti di vari tipi di impresa si presentano problemi di decisione. In ogni decisione si effettua una scelta per ottimizzare una funzione economica: si tratta, per esempio, di rendere minimo un costo, o massimo un utile. La Ricerca Operativa ha sviluppato tecniche diverse secondo i problemi da affrontare.

I problemi di scelta si possono classificare rispetto a varie caratteristiche.

Una prima suddivisione porta a distinguere i problemi di scelta in relazione al numero delle *variabili indipendenti*, dette **variabili di azione** (o di **decisione**): sono le variabili (o incognite) delle quali occorre trovare il valore ottimo, cioè il valore che rende ottima la funzione obiettivo: Tale valore ottimo delle variabili costituisce la soluzione ottima del problema.

Si hanno così problemi di scelta dipendenti da una sola variabile e problemi di scelta dipendenti da due o più variabili.

Le variabili non sono libere di assumere qualunque valore, ma sono condizionate da vincoli di vario genere che si esprimono, dal punto di vista matematico, mediante equazioni e/o disequazioni. Un primo vincolo solitamente presente è il *vincolo di segno*, poiché le grandezze economiche

(quantità di merce prodotta, numero di addetti, ecc.) devono essere non negative (maggiori o uguali a zero). Altri vincoli sono di natura tecnologica: ad esempio, la quantità prodotta non può essere superiore alla capacità massima produttiva degli impianti, la quantità di merce trasportata non può superare la capienza dei depositi di arrivo o la portata massima dei mezzi di trasporto, ecc.

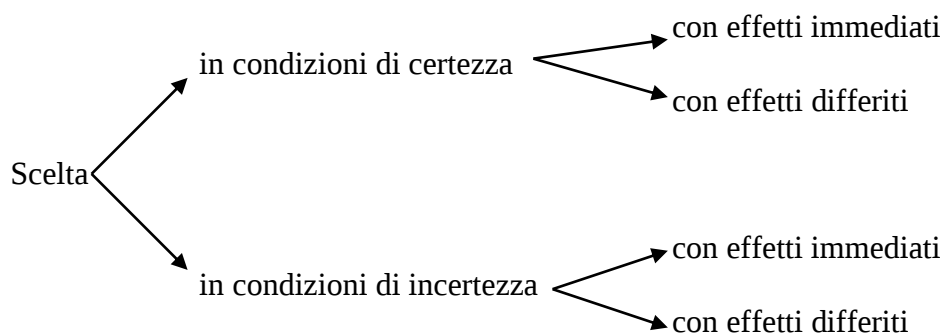
Per effetto di questi vincoli la variabile, o le variabili, possono assumere un insieme di valori, detto *campo di scelta* (in termini geometrici, *regione ammissibile*), che può essere *discreto*, se i valori delle variabili sono in numero finito (ad esempio numeri naturali), oppure *continuo* se i valori di ogni variabile sono tutti quelli di uno o più intervalli reali.

I problemi di scelta si distinguono in problemi di scelta **con effetti immediati**, se fra il momento della decisione e il momento della realizzazione decorre un tempo breve che non influisce sulle grandezze economiche, e problemi di scelta **con effetti differiti**, se occorre tener conto dell'intervallo di tempo. In quest'ultimo caso per le valutazioni si devono applicare i procedimenti della matematica finanziaria.

Un'altra importante classificazione riguarda le *condizioni di certezza* o di *incertezza*. Precisamente si ha:

- a) **scelta in condizioni di certezza**, se i dati e le conseguenze sono noti a priori, cioè prima della soluzione del problema e della sua applicazione concreta;
- b) **scelta in condizioni di incertezza**, quando alcune grandezze sono variabili casuali (cioè esse assumono determinati valori con una certa probabilità). Per la soluzione di tali problemi occorre applicare i metodi del calcolo delle probabilità.

Nel seguente schema sono riassunte le principali caratteristiche dei problemi di scelta:



ESEMPI:

1_ Un assemblatore di televisori deve decidere il modo di vendere la sua produzione.

Si presentano due alternative:

a) aprire due punti di vendita per i quali è prevista una spesa mensile di euro 12.400 ed è possibile vendere i televisori al prezzo di euro 120;

b) cedere la produzione a una catena di supermercati a un prezzo di euro 40 per ogni televisore.

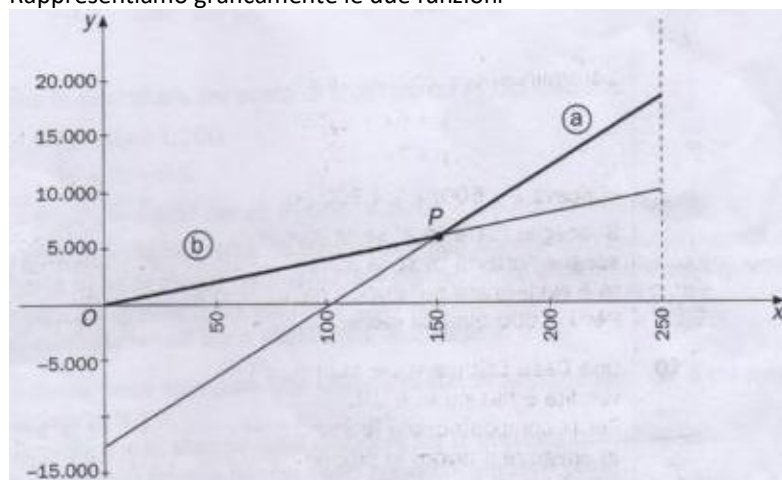
A parità di altre condizioni determinare la scelta più conveniente, sapendo che la massima capacità produttiva è di 250 unità al mese.

Il problema di scelta è nel discreto, si esprimono le funzioni nel continuo si approssimano, se necessario, i valori ottenuti a numeri interi.

Detti x il numero di televisori venduti e y il ricavo, il modello matematico è espresso dalle due funzioni:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} y = 120x - 12.400 \\ 0 \leq x \leq 250 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \\ \text{b)} \quad & \begin{cases} y = 40x \\ 0 \leq x \leq 250 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \end{aligned}$$

Rappresentiamo graficamente le due funzioni



Determiniamo l'intersezione fra le due rette.

La soluzione del sistema:

$$\begin{cases} y = 120x - 12.400 \\ y = 40x \end{cases}$$

è $x=155$, $y=6.200$, pertanto i grafici delle due funzioni si intersecano nel punto $P(155, 6.200)$. Dalla rappresentazione grafica si ricava che conviene scegliere l'alternativa b) se si prevede di produrre e vendere un numero di televisori tale che $0 \leq x \leq 155$, conviene scegliere l'alternativa a) se si prevede di produrre e vendere un numero di televisori tale che $155 \leq x \leq 250$.

(La scelta più conveniente è evidenziata nel grafico con la spezzata colorata).

Il punto P , intersezione fra due funzioni economiche, è detto punto di indifferenza, in quanto per $x = 155$ è indifferente l'alternativa a) o l'alternativa b).

2_ Per il trasporto della merce un'azienda può scegliere fra le seguenti offerte:

- a) Una ditta di trasporti chiede € 10 al quintale fino a 200 quintali o € 7 per i quintali eccedenti;
- b) Un corriere chiede € 6 al quintale e una spesa fissa mensile di € 1.200

Determinare qual è la scelta più conveniente secondo i quintali da trasportare mensilmente.

Indichiamo con x i quintali merce da trasportare e con y la spesa mensile.

Osserviamo che nell'offerta a) la funzione è una funzione a tratti e per $x > 200$ la spesa sostenuta è di 10×200 per i primi 200 quintali e $7 \times (x-200)$ per i quintali superiori a 200.

Si ottengono così le due funzioni economiche:

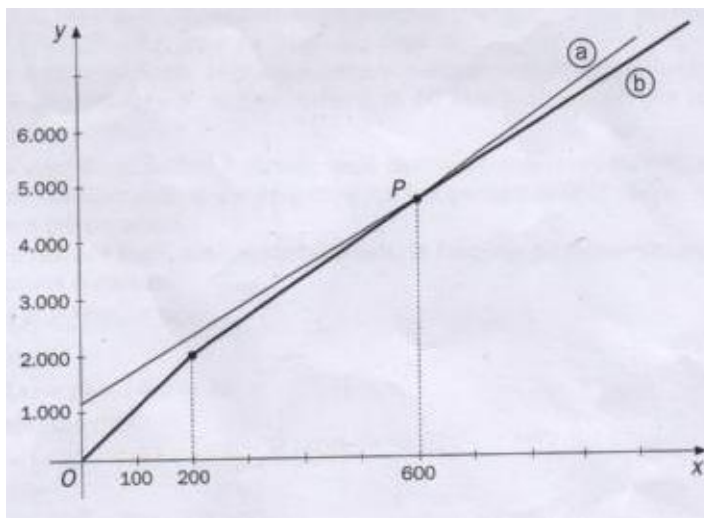
$$y = \begin{cases} 10x & \text{se } 0 \leq x \leq 200 \\ 10 \cdot 200 + 7(x - 200) & \text{se } x > 200 \end{cases}$$

ossia

$$y = \begin{cases} 10x & \text{se } 0 \leq x \leq 200 \\ 7x + 600 & \text{se } x > 200 \end{cases}$$

b) $y = 6x + 1.200$

Rappresentiamo graficamente le due funzioni:



Determinare le coordinate del punto di indifferenza P. Dal sistema :

$$\begin{aligned} y &= 6x + 1.200 \\ y &= 7x + 600 \end{aligned}$$

Si ricava $x=600$, $y=4.800$ perciò $P(600, 4.800)$ è il punto di indifferenza.

Si sceglie l'offerta a) se la merce da trasportare non supera 600 quintali mensili, mentre si sceglie l'offerta b) se la merce da trasportare mensilmente è almeno di 600 quintali (la scelta è evidenziata nel grafico dalla spezzata colorata).